Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Wintersemester 2013/14
Dr. Manuel Amann
Dr. Johannes Riesterer

Übungen zu
Rationale Homotopietheorie
Blatt 12

Aufgabe 1. Verifizieren Sie die Halperin-Vermutung für eine Kohomologiealgebra, die (als Algebra!) von

(a) einem Element

(b) zwei Elementen

erzeugt wird.

Aufgabe 2. Beweisen Sie die Halperin Vermutung für einen einfach zusammenhängenden Biquotienten der Form $G/\!\!/T$, wobei G eine kompakte Lie Gruppe ist und T ihr maximaler Torus.

Aufgabe 3. Für rationale Faserungen von F_0-Räumen gilt bekanntermaßen: Erfüllen Faser und Basis die Halperin Vermutung, so auch der Totalraum.

Zeigen Sie: Die Aussage “Erfüllen Totalraum und Faser die Halperin Vermutung, so auch die Basis” ist äquivalent zur gesamten Halperin Vermutung selbst.

Aufgabe 4. Zeigen Sie, dass $(\Lambda V, \mathrm{d})$ definiert durch

$$V = \langle a, b, c, d, u, v \rangle$$

und $\deg a = \deg b = \deg c = \deg d = 3$, $\deg u = 6$, $\deg v = 11$ sowie $\mathrm{d}a = \mathrm{d}b = \mathrm{d}c = \mathrm{d}d = \mathrm{d}u = 0$, $\mathrm{d}v = abcd + u^2$ elliptisch ist und dass ihre Kohomologiealgebra keine nicht-triviale Derivation negativen Grades erlaubt, aber ihre Eulercharakteristik verschwindet.

(Damit ist also jede rationale Faserung mit $(\Lambda V, \mathrm{d})$ TNCZ und die Klasse der Räume, die diese Eigenschaft haben potentiell echt größer als die der F_0-Räume.)