Karlsruher Institut für Technologie

Institut für Algebra und Geometrie
Wintersemester 2013/14
Dr. Manuel Amann
Dr. Johannes Riesterer

Übungen zu
Rational Homotopietheorie
Blatt 14

Aufgabe 1.

- Zeigen Sie mittels der Hodge-Zerlegung, dass die harmonischen Formen einer kompakten Mannigfaltigkeit als Modul isomorph zur rellen Kohomologie sind.
- Beweisen Sie, dass eine geometrisch formale Mannigfaltigkeit formal ist.

Aufgabe 2.

- Beweisen Sie, dass die Volumenform einer Mannigfaltigkeit eine harmonische Form ist.
- Zeigen Sie, dass ein homogener Raum G/H, dessen reelle Kohomologiealgebra von der Form $H^*(M) \cong H^*(\mathbb{S}^m \times \mathbb{S}^n)$ mit m,n ungerade ist, geometrisch formal ist.
  Hinweis: Verwenden Sie, dass harmonische Formen und ihre Produkte G-invariant sind.

Aufgabe 3. Beweisen Sie die Formalität kompakter Kähler-Mannigfaltigkeiten unter Verwendung des dd_c-Lemmas und der kanonischen Inklusions- und Projektionsabbildungen

$$\mathrm{A}_{\mathrm{DR}}(M) \overset{j}{\hookleftarrow} (\ker \mathrm{d}_c, \mathrm{d}) \overset{p}{\to} (\ker \mathrm{d}_c / \operatorname{im} \mathrm{d}_c, 0)$$

Abgabe der Bearbeitungen zu diesem Blatt am Montag, den 10.2.2014, in der Vorlesung.
http://www.math.kit.edu/iag7/lehre/rht132013w/