

Seminar über die höherdimensionale Poincaré-Vermutung

Wir folgen hauptsächlich dem Klassiker [5] von Milnor. Bezüglich Morse-Theorie stellt [6] eine gute Unterstützung dar. Bezüglich den Grundlagen zur Differentialtopologie empfehlen wir [4], zur Differentialgeometrie [2] und zur algebraischen Topologie [1, 3].

Der Beweis des h-Kobordismus Satzes ist an vielen Stellen sehr geometrisch. Unterstützen Sie daher Ihren Vortrag durch viele anschauliche Bilder, sofern möglich. Andererseits gibt es auch einige technische Stellen. Versuchen Sie daher vor der Ausarbeitung den roten Faden zu finden. Fragen Sie sich: Welche Resultate sind entscheidend für das Gesamtargument, welche eher technisch? Legen Sie basierend hierauf Prioritäten fest, um den Vortrag zeitlich gut zu strukturieren. Ein guter Vortrag zeichnet sich nicht nur dadurch aus, gut verständlich zu sein, sondern auch, in der vorgegebenen Zeit die wesentlichen Inhalte konsistent unterzubringen.

Programm

Hinweise zu den Vorträgen 6, 7, 8 und 9: Diese Vorträge spalten je zwei Kapitel. In den Kurzbeschreibungen werden Vorschläge zur Aufteilung gemacht. Sprechen Sie sich jedoch mit Ihrem Partner ab. Wenn Ihnen eine andere Aufteilung als sinnvoller erscheint, sollten Sie es so machen.

Vortrag 1 (21.10.13). Stellen Sie das Kapitel 2 vor, wo Morse-Funktionen eingeführt werden und gezeigt wird, dass jeder Kobordismus eine solche besitzt.

Sprecher: Werner Thumann

Literatur: [5, Seite 7–19]

Vortrag 2 (04.11.13). Behandeln Sie den ersten Teil des Kapitels 3 bis einschließlich Korollar 3.8. Es werden Gradientenvektorfelder eingeführt und gezeigt, dass sich Kobordismen komponieren lassen.

Sprecher: Pascal Zschumme

Literatur: [5, Seite 20–26]

Vortrag 3 (11.11.13). Behandeln Sie den zweiten Teil des Kapitels 3. Durch Chirurgie und Henkelanklebung wird demonstriert, wie sich die Topologie entwickelt, wenn ein kritischer Punkt in der Morse-Funktion überschritten wird.

Sprecher: Sabine Braun

Literatur: [5, Seite 27–36]

Vortrag 4 (18.11.13). Tragen Sie das Kapitel 4 vor. Es wird gezeigt, dass jeder Kobordismus als Komposition einfacherer Kobordismen mit aufsteigendem Index geschrieben werden kann.

Sprecher: Jakob von Raumer

Literatur: [5, Seite 37–44]

Vortrag 5 (25.11.13). Im Kapitel 5 wird ein Theorem vorgestellt (5.4), welches besagt, dass sich manchmal kritische Punkte einer Morse-Funktion gegenseitig aufheben können. Dieser Vortrag behandelt den Beweis bis ausschließlich Assertion 6.

Sprecher: Benny Stein

Literatur: [5, Seite 45–54]

Vortrag 6 (02.12.13). Dies ist eine Fortführung des vorigen Vortrags. Schließen Sie den Beweis ab, indem Sie Assertion 6 zeigen.

Sprecher: Benny Stein

Literatur: [5, Seite 55–66]

Vortrag 7 (16.12.13). Zeigen Sie den stärkeren Kürzungssatz 6.4. Beweisen Sie auch Theorem 6.6 ohne das Lemma 6.7 zu beweisen, welcher Gegenstand des nächsten Vortrags sein soll.

Sprecher: Jan Bernhard-Kordaß

Literatur: [5, Seite 67–74]

Vortrag 8 (13.01.14). Beweisen Sie Lemma 6.7 und schließen Sie damit den Beweis des stärkeren Kürzungssatzes ab.

Sprecher: Marvin Karsunky

Literatur: [5, Seite 75–84]

Vortrag 9 (20.01.14). Bereiten Sie den Weg für den Kürzungssatz in den mittleren Dimensionen, indem Sie Kapitel 7 bis ausschließlich Theorem 7.6 behandeln.

Sprecher: Werner Thumann

Literatur: [5, Seite 85–92]

Vortrag 10 (27.01.14). Schließen Sie das Kapitel 7 ab, indem Sie Theorem 7.6 sowie Theorem 7.8 beweisen.

Sprecher: Manuel Krannich

Literatur: [5, Seite 92–99]

Vortrag 11 (03.02.14). Eliminieren Sie die kritischen Punkte in kleinen Dimensionen, indem Sie Kapitel 8 behandeln.

Sprecher: Marvin Karsunky

Literatur: [5, 100–106]

Vortrag 12 (10.02.14). Ernten Sie die Früchte der vorherigen Vorträge und beweisen sie den h-Kobordismus-Satz sowie die Poincaré-Vermutung in höheren Dimensionen.

Sprecher: Manuel Krannich

Literatur: [5, 107–113]

Literatur

- [1] Glen E. Bredon, *Topology and geometry*, Graduate Texts in Mathematics, vol. 139, Springer-Verlag, New York, 1993.
- [2] Manfredo Perdigão do Carmo, *Riemannian geometry*, Mathematics: Theory & Applications, Birkhäuser Boston Inc., Boston, MA, 1992. Translated from the second Portuguese edition by Francis Flaherty.
- [3] Allen Hatcher, *Algebraic topology*, Cambridge University Press, Cambridge, 2002.

- [4] Theodor Bröcker and Klaus Jänich, *Einführung in die Differentialtopologie*, Springer-Verlag, Berlin, 1973 (German). Heidelberger Taschenbücher, Band 143.
- [5] John Milnor, *Lectures on the h-cobordism theorem*, Notes by L. Siebenmann and J. Sondow, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1965.
- [6] ———, *Morse theory*, Based on lecture notes by M. Spivak and R. Wells. Annals of Mathematics Studies, No. 51, Princeton University Press, Princeton, N.J., 1963.