Institut für Analysis
Prof. Dr. Dirk Hundertmark
Dr. Markus Lange

SoSe 2019
26.06.2019

Analysis 2

Aufgabenzettel 10

Abgabe bis 03. Juli 2019, 10:00 Uhr

Erinnerung: Die Anmeldung für den Übungsschein ist nun möglich. Anmeldeschluss ist der 26.07.2019. Für die Fachrichtungen Mathematik-Bachelor, Mathematik-Lehramt und Informatik ist der Übungsschein Voraussetzung für die Anmeldung zur Prüfung Analysis II.

Aufgabe 46: (K)

(i) Sei $g : \underbrace{\mathbb{R}^m \times \ldots \times \mathbb{R}^m}_{\text{k-mal}} \to \mathbb{R}$ eine k-linear Funktion und sei $a_j : (a, b) \to \mathbb{R}^m$, $j = 1, \ldots, k$, $a, b \in \mathbb{R}$ differenzierbar. Berechnen Sie

$$\frac{d}{dt} g(a_1(t), \ldots, a_k(t))\,.$$

Hinweis: Benutzen Sie die k-Linearität von g und schreiben Sie $g(x + h)$ für $x, h \in \mathbb{R}^m \times \ldots \times \mathbb{R}^m$ in geeigneter Art und Weise.

(ii) Sei $B : (a, b) \to \mathbb{R}^{m\times m}$, $B(t) = (b_1(t), \ldots, b_m(t))$ eine Matrix wobei $b_j(t) \in C^1((a, b), \mathbb{R}^m)$, $j = 1, \ldots, m$, $a, b \in \mathbb{R}$. Berechnen Sie

$$\frac{d}{dt} \det(B(t))\,.$$

Hinweis: Die Determinante ist eine multilineare Funktion.

Aufgabe 47:

Es seien $k, m_1, m_2, n_1, n_2 \in \mathbb{N}$ und $g : \mathbb{R}^{n_1} \to \mathbb{R}^{m_1}$, $h : \mathbb{R}^{n_2} \to \mathbb{R}^{m_2}$ sowie $f : \mathbb{R}^{m_1+m_2} \to \mathbb{R}^k$ jeweils differenzierbar auf ihren Definitionsbereichen. Zeigen Sie, dass $p : \mathbb{R}^{n_1+n_2} \to \mathbb{R}^k$ definiert durch

$$p(x, y) := f(g(x), h(y))$$

auf $\mathbb{R}^{n_1+n_2}$ differenzierbar ist und drücken Sie die Ableitung von p durch die Ableitungen von f, g und h aus.

Aufgabe 48:

Bestimmen Sie alle Stellen lokaler Extrema der folgenden Funktionen und entscheiden Sie, ob es sich dabei um Minima oder Maxima handelt. Untersuchen Sie für die Funktion in (i) ferner, ob es globale Minima oder Maxima gibt.

(i) $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y) := (x^2 + 2y^2)e^{-(x^2+y^2)}$,

(ii) $g : \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x, y \geq 0\} \to \mathbb{R}$ definiert durch $g(x, y) = y(1 - x)e^{-x^2-y^2}$.

— Bitte wenden! —

Aufgabe 49: (K)
Es sei $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ definiert durch $f(x, y, z) := x^4 - 2x^2y^2z + 4y + 2z$. Bestimmen Sie alle $x_0 \in \mathbb{R}^3$ in denen f ein lokales Extremum besitzt.

Aufgabe 50: (Präsensaufgabe)
Es seien $n \in \mathbb{N}$ mit $n \geq 2$. Geben Sie ein Beispiel an für

(i) eine symmetrische Matrix $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ welche weder positiv noch negativ definit und nicht indefinit ist,

(ii) $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}^n$, $x \in D$ und $f : D \to \mathbb{R}$ so, dass $H_f(x)$ nicht symmetrisch ist,

(iii) $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}^n$ und $f : D \to \mathbb{R}$ mit keinem kritischen Punkt und mindestens einem lokalen Extremum,

(iv) $\emptyset \neq D \subseteq \mathbb{R}^n$ und $f : D \to \mathbb{R}$ mit mindestens einem kritischen Punkt und keinem lokalen Extremum,

Erinnerung:
Die Klausur zur Vorlesung Analysis 2 findet am **17. September 2019** von **11 - 13 Uhr** statt.

Die Anmeldung zur Klausur ist ab sofort möglich. **Anmeldeschluss** ist der **01. September 2019**. Eine Anmeldung nach diesem Termin ist **NICHT** möglich.
Studenten die den Übungsschein benötigen können sich erst anmelden wenn Sie den Übungsschein bestanden haben.

Die Anmeldung erfolgt über Campus Management für Studierende.
Diese und weitere Informationen finden Sie unter

`http://www.math.kit.edu/iana3/~schmoeger/seite/termin/de`