

11. Übungsblatt - ANALYSIS III

Abgabe: bis Freitag, 26. Januar 2007, 14.00 Uhr  
in den Einwurfskasten neben Zimmer 308

**K 41)** Für  $\alpha \in \mathbb{N}$  sei  $J_{-\alpha}$  definiert durch

$$J_{-\alpha}(x) := (-1)^\alpha J_\alpha(x) \quad (x > 0).$$

Beweisen Sie für  $\alpha \in \mathbb{R}$  die Relation

$$\frac{d}{dx}[x^\alpha J_\alpha](x) = x^\alpha J_{\alpha-1}(x) \quad (x > 0).$$

**K 42)** Herr und Hund gehen in  $\mathbb{R}^2$  spazieren, der Herr längs der positiven  $y$ -Achse mit der Geschwindigkeit  $v_1 > 0$ , der Hund in jedem Augenblick auf seinen Herrn zulaufend mit der Geschwindigkeit  $v_2 > 0$  ( $v_1, v_2$  konstant). Die Ausgangspunkte von Herr bzw. Hund sind  $(0, 0)$  bzw.  $(a, 0)$ ,  $a < 0$ .

- Berechnen Sie die Verfolgungskurve, also die Position des Hundes abhängig von  $x$ .
- Für welche Geschwindigkeitsverhältnisse  $c = v_1/v_2$  kann der Hund den Herrn erreichen? Berechnen Sie in diesem Fall den Treffpunkt von Herr und Hund.

**43)** Beweisen Sie für  $x > 0$ ,  $\alpha \in \mathbb{R}$  die Beziehung

$$xJ_{\alpha+1} - 2\alpha J_\alpha + xJ_{\alpha-1} = 0.$$

*Hinweis:* Verwenden Sie ohne Beweis

$$\frac{d}{dx}[x^{-\alpha} J_\alpha](x) = -x^{-\alpha} J_{\alpha+1}(x) \quad (x > 0, \alpha \in \mathbb{R}).$$

**44)** Bestimmen Sie zwei linear unabhängige Lösungen der Differentialgleichung

$$4xy'' + 3y' - 3y = 0$$

auf dem Intervall  $(0, \infty)$ .