

14. Übungsblatt - ANALYSIS III

Abgabe: bis Freitag, 16. Februar 2007, 14.00 Uhr
in den Einwurfskasten neben Zimmer 308

K 53) Es sei H ein Hilbertraum und $M := \{\varphi_n : n \in \mathbb{N}\}$ ein abzählbares Orthonormalsystem. Zeigen Sie: M ist abgeschlossen und beschränkt in H , jedoch nicht kompakt (d.h. es gibt eine Folge aus M ohne konvergente Teilfolgen).

K 54) Es sei T ein kompakter, hermitescher Operator auf dem unendlich-dimensionalen Hilbertraum H . Es seien $\tilde{u} \in H$, $\|\tilde{u}\| = 1$ und $\tilde{\lambda} \in \mathbb{R}$. Ferner sei

$$\delta = \|T\tilde{u} - \tilde{\lambda}\tilde{u}\|.$$

Zeigen Sie: das Intervall $[\tilde{\lambda} - \delta, \tilde{\lambda} + \delta]$ enthält mindestens einen Eigenwert von T .

Hinweis: Zeigen Sie zunächst

$$T\tilde{u} - \tilde{\lambda}\tilde{u} = \sum_{n \in \mathbb{N}} (\tilde{u}, \varphi_n) (\lambda_n - \tilde{\lambda}) \varphi_n,$$

wobei $(\varphi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ eine vollständige Orthonormalbasis aus Eigenvektoren des Operators T mit $T\varphi_n = \lambda_n \varphi_n$ ist.

55) Gegeben sei die Randwertaufgabe

$$-u''(x) = f(x, u), \quad u(0) = 0, \quad u(1) = 0$$

auf $[0, 1]$ mit einer stetigen Funktion $f : [0, 1] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, welche einer Lipschitzbedingung bezüglich ihres zweiten Arguments genügt, mit Lipschitzkonstante $L < 8$. Man zeige: die Randwertaufgabe ist eindeutig lösbar.

Hinweis: Banachscher Fixpunktsatz, Greensche Funktion.

K 56) Bestehen Sie die kommende Analysis-Klausur.

=====

Diplomvorprüfung bzw. Zwischenprüfung im Fach Analysis I/II, Analysis III und Höhere Mathematik I/II für Inf. IM MÄRZ 2007

Bitte beachten Sie den Anmeldeschluß zur Klausur:

Anmeldeschluß: DONNERSTAG, 22. FEBRUAR 2007 !

BITTE WENDEN!

Prüfungsankündigung

Diplomvorprüfung bzw. Zwischenprüfung im Fach

ANALYSIS

Analysis I/II, Analysis III

und

HÖHERE MATHEMATIK I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik

FRÜHJAHR 2007

Termine:

- **Analysis I/II:**
Dienstag, 20. März 2007, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2).
- **Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:**
Dienstag, 20. März 2007, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2).
- **Analysis III:**
Mittwoch, 21. März 2007, 14-16 Uhr.

Anmeldungen:

INFORMATIKER, PHYSIKER, LEHRAMTSKANDIDATEN: (Die Zulassung vom Prüfungsamt ist mitzubringen!)	Zimmer 305 (Fr. Schreiber-Schmoeger, Fr. Ewald),
DIPLOMMATHEMATIKER	Zimmer 323 (Dr. Kühnlein),
WIRTSCHAFTSMATHEMATIKER	Zimmer 115 (Dr. Neher),
TECHNOMATHEMATIKER	Zimmer 206.1 (Dr. Hettlich).

Anmeldeschluß: DONNERSTAG, 22. FEBRUAR 2007 !

Die Hörsaaleinteilung wird noch rechtzeitig bekannt gegeben!

(<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/schmoeger/seite/einteilung/de>)