

5. Übungsblatt - ANALYSIS III

Abgabe: bis Freitag, 1. Dezember 2006, 14.00 Uhr  
in den Einwurfskasten neben Zimmer 308

**K 17)** Beweisen Sie, dass die Integralgleichung

$$f(x) = x \int_0^x t f(t) dt + 1$$

genau eine Lösung  $f \in C[0, 1]$  besitzt und berechnen Sie diese.

*Hinweis:* Man wende den Fixpunktsatz von Banach auf eine geeignete Abbildung  $T : C[0, 1] \rightarrow C[0, 1]$  an. Man finde eine Potenzreihendarstellung der Lösung mittels sukzessiver Approximation mit dem Startwert  $f_0 = 0$ .

**K 18)** Es sei  $f : [0, 1] \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  durch

$$f(x, y) = \begin{cases} \sin^2(xy) \cos\left(\frac{x}{y}\right) & : x \in [0, 1], y \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \\ 0 & : x \in [0, 1], y = 0 \end{cases}$$

definiert. Zeigen Sie, dass das Anfangswertproblem

$$y'(x) = f(x, y(x)), \quad y(0) = c$$

für jeden Anfangswert  $c \in \mathbb{R}$  eine eindeutige Lösung auf  $[0, 1]$  besitzt.

**19)** Welche der Teilmengen von  $C[0, 1]$  sind gleichgradig stetig?

- i)  $\mathcal{F}_1 = \{f : f(t) = t^\alpha, 0 < \alpha < \infty\}$ ,
- ii)  $\mathcal{F}_2 = \{f : f(t) = t^\alpha, 1 \leq \alpha < 2\}$ ,
- iii)  $\mathcal{F}_3 = \{f : f(t) = \sin(nt), n \in \mathbb{N}\}$ .

**20)** Lösen Sie das Anfangswertproblem

$$y'(x) = \frac{y^2(x)}{1 - 3xy(x)}, \quad y(1) = \frac{1}{2}.$$

*Hinweis:* Man betrachte die Umkehrfunktion von  $y$ .

**Prüfungsankündigung**  
**Diplomvorprüfung bzw. Zwischenprüfung im Fach**

**ANALYSIS**

Analysis I/II, Analysis III

und

HÖHERE MATHEMATIK I/II (Analysis)  
für die Fachrichtung Informatik

**FRÜHJAHR 2007**

**Termine:**

- **Analysis I/II:**  
Dienstag, 20. März 2007, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2).
- **Höhere Mathematik I/II (Analysis) für die Fachrichtung Informatik:**  
Dienstag, 20. März 2007, 8-10 Uhr (Teil 1) und 11-13 Uhr (Teil 2).
- **Analysis III:**  
Mittwoch, 21. März 2007, 14-16 Uhr.

**Anmeldungen:**

INFORMATIKER, PHYSIKER, LEHRAMTSKANDIDATEN: (Die Zulassung vom Prüfungsamt ist mitzubringen!)	Zimmer 305 (Fr. Schreiber-Schmoeger, Fr. Ewald),
DIPLOMMATHEMATIKER	Zimmer 323 (Dr. Kühnlein),
WIRTSCHAFTSMATHEMATIKER	Zimmer 115 (Dr. Neher),
TECHNOMATHEMATIKER	Zimmer 206.1 (Dr. Hettlich).

**Anmeldeschluß: DONNERSTAG, 22. FEBRUAR 2006 !**

Die Hörsaaleinteilung wird noch rechtzeitig bekannt gegeben!

(<http://www.mathematik.uni-karlsruhe.de/mi1weis/schmoeger/seite/einteilung/de>)