

Analysis für das Lehramt

Aufgabenzettel 10

Aufgabe 1:

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen durch 'Trennen der Variablen'. Geben Sie jeweils die allgemeine und die spezielle Lösung an.

a) $y' = x + 1, \quad y(-2) = -1,$

b) $y' = 5y, \quad y(0) = 2,$

c) $(2x - 1)y' = y(x), \quad y(1) = 7,$

d) $2xy + (x + 1)y' = 0, \quad y(1) = 1$

e) $y' = -xe^y, \quad y(0) = 1,$

f) $y' = xe^{-(y+2)}, \quad y(\sqrt{2}) = -2.$

Aufgabe 2:

a) Lösen Sie die folgenden Differentialgleichungen erster Ordnung

(i) $y' = (x + \frac{2}{x})y, \quad \text{for } x > 0,$

(ii) $y' = 2xy + x$

b) Lösen Sie die folgenden Anfangswertprobleme

(i) $y' + y \cos x = \sin x \cos x, \quad y(0) = 1,$

(ii) $y' = \frac{3}{2}\sqrt{xy} + x^{\frac{2}{3}}e^{x^{\frac{2}{3}}}, \quad y(1) = e^1.$

Aufgabe 3: (Einfaches Marktmodell)

Angebot und Nachfrage für eine Ware seien durch die folgenden Funktionen gegeben:

$$q_A(t) = -\gamma + \delta p(t), \quad (\gamma, \delta > 0)$$

$$q_N(t) = \alpha - \beta p(t), \quad (\alpha, \beta > 0)$$

Die Preisänderung $p'(t)$ soll proportional zur Differenz von Nachfrage und Angebot sein:

$$p' = j(q_N - q_A), \quad (j > 0).$$

Wie verhält sich der Preis $p(t)$ im Laufe der Zeit?