

Analysis für das Lehramt

Aufgabenzettel 11

Aufgabe 1:

Wir betrachten eine Funktion h und die Differentialgleichung

$$y^{(8)} + y^{(7)} - 3y^{(6)} + 3y^{(5)} + 10y^{(4)} - 4y^{(3)} - 4y'' + 12y' + 8y = h(t).$$

- a) Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der zugehörigen homogenen Gleichung.
Hinweis: Die Differentialgleichung hat das charakteristische Polynom

$$p(\lambda) = (\lambda + 1)^3(\lambda + 2)(\lambda - (1 + i))^2(\lambda - (1 - i))^2.$$

- b) Partikuläre Lösungen von welcher Form würden Sie suchen, wenn $h(t) =$

$$\begin{array}{llll} (i) e^t \sin(t), & (ii) \sin(t), & (iii) e^{-t}, & (iv) e^{-2t}, \\ (v) t^3 e^t \sin(t), & (vi) (t^2 + t + 1) \sin(t), & (vii) (t^4 + 4t)e^{-t}, & (viii) t^4. \end{array}$$

Aufgabe 2:

Lösen Sie die folgenden Differentialgleichung und berechnen Sie die Lösungen der gegebenen Anfangswertprobleme.

- a) $y'(x) = ky(x)(s - y(x))$,
b) $y'(x) + y(x) - y^3(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$, $y(0) = \frac{1}{2}$,
c) $y^3(x) - y^5(x) + y^2(x)y'(x) = 0$, $x \in \mathbb{R}$, $y(\frac{1}{2}) = \frac{1}{2}$,

Aufgabe 3:

Berechnen Sie die Lösungen der Differentialgleichungen bzw. des Anfangswertproblems.

- a) $y''' - y = 1 + x^2$
b) $y'' - y = xe^{2x}$
c) $y'' - y = xe^x$, $y(0) = y'(0) = 0$
d) $y''' - 4y'' + 3y' = 2 \cos x + 4 \sin x$