

Analysis für das Lehramt

Aufgabenzettel 7

Aufgabe 1:

a) Skizzieren Sie jeweils die Menge $B \subset \mathbb{R}^2$ und berechnen Sie den Flächeninhalt $\iint_B d(x, y)$.

i) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{1}{4}x^2 - 1 < y < 2 - x\}$

ii) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : y > 0, y^2 < x < 4 - y^2\}$

b) Skizzieren Sie die Integrationsbereiche der folgenden Integrale, vertauschen Sie jeweils die Integrationsreihenfolge und berechnen Sie den Wert der Integrale.

i) $\int_0^1 \left(\int_y^1 e^{x^2} dx \right) dy$

ii) $\int_0^1 \left(\int_y^{y^2+1} x^2 y dx \right) dy$

Aufgabe 2:

a) Berechnen Sie das Volumen der Menge

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq z \leq x^2 - y^2\}.$$

b) Die beschränkte Menge $B \subset \mathbb{R}^3$ sei durch die Ebenen $x = 0, y = 0, z = 0$ und $x + y + 2z = 1$ begrenzt. Berechnen Sie das Integral $\iiint_B \sin z d(x, y, z)$.

Aufgabe 3:

Man berechne das Volumen des Durchschnitts zweier Zylinder mit Radius R , deren Achsen orthogonal zueinander sind.

Aufgabe 4:

a) Berechnen Sie, $\iiint_A 2x dV$ wobei A der Bereich unterhalb der Ebene $2x + 3y + z = 6$ ist, der im ersten Oktant liegt.

b) Bestimmen Sie im 1. Oktant das Volumen des Bereichs unterhalb der Ebene $x + y + z = 8$, dass in der yz -Ebene durch die Ränder $z = \frac{3}{2}\sqrt{y}$ und $z = \frac{3}{4}y$ begrenzt wird.