

Analysis auf Mannigfaltigkeiten

3. Übungsblatt

-keine Abgabe-

Dieses Übungsblatt wird in der Übung am 10.05.2013 besprochen.

Aufgabe 1

Man mache sich am Beispiel der eindimensionalen Sphäre S^1 klar, wie für integrierbare $u: M \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ das Integral

$$\int_{S^1} u d\mu_{S^1}$$

definiert ist und zeige

$$\int_{S^1} u d\mu_{S^1} = \int_{(0,2\pi)} u(\sin x, \cos x) dx.$$

Aufgabe 2

In welchem Fall genügt in der Situation von Lemma III.3 bereits eine Karte $f: U \rightarrow M$ um

$$\int_M u d\mu_M$$

für integrierbare $u: M \rightarrow \overline{\mathbb{R}}$ berechnen zu können?

Aufgabe 3

Berechne das Integral

$$\int_{S^2} x^2 y^2 z^2 d\mu_{S^2}, \quad \text{wobei } S^2 = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 + z^2 = 1\}.$$

Aufgabe 4

Berechne die Fläche des Rotationstorus aus dem ersten Übungsblatt.

Aufgabe 5

Finde eine injektive Immersion, die kein Homöomorphismus auf ihr Bild ist.

Aufgabe 6

Vergleiche Lemma III.3 aus der Vorlesung mit dem Transformationssatz aus Analysis 3.