

Analysis auf Mannigfaltigkeiten

Bemerkungen zu dem 6. Übungsblatt

Vielen Dank für die Hinweise nach der Übung!

Bei Aufgabe 6 kann auf die Beschränktheit von U (die Beschränktheit von M ergibt sich dann automatisch aus der Beschränktheit von U) nicht verzichtet werden, wie das Beispiel

$$\phi: (0, \infty) \rightarrow (0, 1), \quad x \mapsto e^{-x}$$

zeigt. Hier gilt $\text{Bild}(\overline{\phi}) = (0, 1]$, und das ist nicht abgeschlossen.

Außerdem kann das Möbiusband nicht durch eine Karte beschrieben werden, da es nicht orientierbar ist. Die Parametrisierung aus Blatt 4 ist nicht injektiv. Mit etwas Aufwand kann man das Argument natürlich retten (Schränkt man \mathbb{R} auf das Intervall $(0, 2\pi)$ ein, so ergibt das eine Karte, welche Alles bis auf einen Streifen des Möbiusbandes beschreibt. Für diese gilt also der Satz. Dann wählt man noch eine zweite Karte, die diesen Streifen enthält...

Es ist auch nicht schwer direkt einzusehen, dass $\overline{M} \setminus M$ die Form einer geschlossenen Kurve hat.