UNIVERSITÄT KARLSRUHE
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

SS 2009
24.04.2009

1. Übungsblatt

Distributionentheorie

Aufgabe 1

Es sei $m \in \mathbb{N}$ und $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$.

Zeigen Sie: Es ist $\varphi(x) = x^m \chi(x), x \in \mathbb{R}$, mit einer Funktion $\chi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$ genau dann, wenn $\varphi^{(k)}(0) = 0$ für $k = 0, 1, 2, \ldots, m-1$ gilt.

Aufgabe 2

Es sei $a < b$. Geben Sie eine Funktion $\varphi \in C^\infty(\mathbb{R}), \varphi \neq 0$, an, die $\varphi(x) = 0$ für $x \leq a$ und $x \geq b$ erfüllt.

Aufgabe 3

Für welche $s \in \mathbb{R}$ existieren die Integrale:

$$\int_{\mathbb{R}^n} (1 + \|x\|)^{-s} dx \text{ und } \int_{\mathbb{R}^n} (1 + \|x\|^2)^{-\frac{s}{2}} dx \ ?$$

Aufgabe 4

Es sei $F \in C_0^1(G)$, wobei $G \subset \mathbb{R}^2$ ein beschränktes Gebiet ist. Zeigen Sie, dass für u mit

$$u(x,y) = \frac{1}{2\pi} \iint_G \ln \sqrt{(\zeta - x)^2 + (\eta - y)^2} F(\zeta, \eta) d(\zeta, \eta) \ ,$$

$(x, y) \in G$, gilt: $\Delta u(x, y) = F(x, y), (x, y) \in G$.

Hinweis:

Die Vorlesung findet **ab sofort** Di., Fr. 8.00 – 9.30 Uhr im

Mittleren Hörsaal, Geb. 10.91,

statt.