UNIVERSITÄT KARLSRUHE
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

SS 2009
10.07.2009

12. Übungsblatt

Distributionentheorie

Aufgabe 1

Mit
$$H(x) = \begin{cases} 1 & , \quad x \geq 0, \\ 0 & , \quad x < 0, \end{cases}$$
sind die folgenden Ausdrücke zu berechnen:

$(H * \varphi)(x)$ für $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R})$, $x \in \mathbb{R}$,

$(D\delta) * H$, $1 * (D\delta)$, $1 * ((D\delta) * H)$, $(1 * (D\delta)) * H$

$(\delta \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}))$.

Aufgabe 2

a) Für $T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$, $\varphi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$ ist $(T * \varphi)\check{} = \check{T} * \check{\varphi}$ nachzuweisen.

b) Zeigen Sie:
Für $T_1, T_2 \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$ gilt:
$$T_1 = T_2 \longleftrightarrow T_1 * (\varphi * \psi) = T_2 * (\varphi * \psi) \quad \forall \varphi, \psi \in \mathcal{D}(\mathbb{R}^n)$$

Aufgabe 3

Es seien $S, T \in \mathcal{D}'(\mathbb{R}^n)$ und eine dieser Distributionen habe kompakten Träger.

Beweisen Sie (Satz 7 der Vorlesung, 5. Kapitel):
$$T * S = S * T \text{ und } \operatorname{supp}(T * S) \subset \operatorname{supp}(T) + \operatorname{supp}(S)$$

Aufgabe 4

a) Es sei $T \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$ und P ein Polynom vom Grade k. Berechnen Sie $(T * P)(x)$, $x \in \mathbb{R}$.

b) Für $S, T \in \mathcal{E}'(\mathbb{R})$ und $k \in \mathbb{N}$ gilt: $x^k(S * T) = \sum_{j=0}^{k} \binom{k}{j} x^j S * x^{k-j} T$.