UNIVERSITÄT KARLSRUHE
INSTITUT FÜR ANALYSIS
Dr. A. Müller-Rettkowski

SS 2009
05.06.2009

# 7. Übungsblatt

# Distributionentheorie

### Aufgabe 1

a) Berechnen Sie mit $\psi \in C^\infty(\mathbb{R})$ für $m \in \mathbb{N}$

$$D^m(\psi H)\,.$$

b) Es seien $f \in C^\infty(x \le 0) \cap C^\infty(x \ge 0)$ und

$$\sigma_m := f^{(m)}(0+) - f^{(m)}(0-) \qquad (m \in \mathbb{N} \cup \{0\})\,.$$

Zeigen Sie: $D^k I_f = I_{f^{(k)}} + \sum_{j=0}^{k-1} \sigma_j D^{k-j-1}\delta,\ k \in \mathbb{N}\,.$

### Aufgabe 2

Es sei $f \in L^1_{\text{loc}}(\mathbb{R})$ und $u(x,t) := f(x-ct)(c > 0$, konst). Berechnen Sie

$$D_2^2 u - c^2 D_1^2 u\,.$$

### Aufgabe 3

Definiere für $n \in \mathbb{N}$ $\quad pV(\frac{1}{x^{n+1}}) \in \mathcal{D}'(\mathbb{R})$ durch:

$$pV(\frac{1}{x^{n+1}}) := -\frac{1}{n}\, D(pV(\frac{1}{x^n}))$$

Zeigen Sie: Für $n \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ gilt

$$x pV(\frac{1}{x^{n+1}}) = pV(\frac{1}{x^n})\,.$$

### Aufgabe 4

Zeigen Sie:

Gilt mit $m \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ $\quad |a_k| \le A|k|^m + B$ für $k \in \mathbb{Z}$ mit positiven Konstanten $A, B$, so konvergiert $\sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k e^{ikx}$ in $\mathcal{D}'(\mathbb{R})$.