4. Kapitel Distributionen mit kompaktem Träger

4.1 Lokales Verhalten von Distributionen

ω, Ω seien offene Teilmengen des $\mathbb{R}^n$ mit $\omega \subset \Omega$.
Es gilt $\mathcal{D}(\omega) \subset \mathcal{D}(\Omega)$.

Def: Es sei $T \in \mathcal{D}'(\Omega)$.
$T = 0$ auf $\omega \overset{\text{Def}}{\Longleftrightarrow} T(\varphi) = 0 \quad \forall \varphi \in \mathcal{D}(\omega)$.

Satz 1 Es sei $T \in \mathcal{D}'(\Omega)$ und $M = \{\Omega_j, j \in I\}$ die Menge aller offenen Teilmengen von Ω, auf denen $T = 0$ gilt. Dann gilt $T = 0$ auf $W = \bigcup_{j \in I} \Omega_j$.

(Es gibt eine größte offene Menge W, auf der T verschwindet)

Bemerkung
gilt für zwei Distributionen T_1, T_2 : $T_1 - T_2 = 0$ auf ω, so heißt das: $T_1 = T_2$ auf ω.

Korollar Sind T_1, T_2 Distributionen mit $T_1 = T_2$ auf Ω_j $(j \in I)$.
Dann gilt $T_1 = T_2$ auf $W = \bigcup_j \Omega_j$.

Satz 2 Ω_j, $j \in I$, seien offene Teilmengen des $\mathbb{R}^n$. $\Omega := \bigcup_{j \in I} \Omega_j$.
Es seien Distributionen $T_j \in \mathcal{D}'(\Omega_j)$ $(j \in I)$ gegeben, für die $T_j = T_k$ auf $\Omega_j \cap \Omega_k$ $\forall j, k$ erfüllt sei.
Dann gibt es genau eine Distribution $T \in \mathcal{D}'(\Omega)$ mit $T = T_j$ auf Ω_j, $j \in I$.

4.2 Der Träger einer Distribution T (supp(T))

Def: Es sei W die Vereinigung aller offenen Teilmengen von Ω, auf denen $T = 0$ gilt. Die Menge $\Omega \setminus W$ heißt Träger von T und wird durch supp(T) bezeichnet.