

## Evolutionsgleichungen

### 05. Übungsblatt

#### Aufgabe 12:

Sei  $1 \leq p < \infty$ ,  $X = L^p(\mathbb{R}^d)$ ,  $D(A) = C_c^\infty(\mathbb{R}^d)$  und  $Af = \Delta f$  für alle  $f \in D(A)$ . Zeigen Sie, dass  $A$  dissipativ ist.

**Hinweis:** Man kann hier die erste greensche Formel verwenden.

#### Aufgabe 13:

Sei  $X$  ein Banachraum,  $(T(t))_{t \geq 0}$  eine  $C_0$ -Halbgruppe auf  $X$  mit Erzeuger  $A$ . Definiere

$$Y := \left\{ y' \in X' \mid \lim_{t \rightarrow 0^+} \|T(t)'y' - y'\|_{X'} = 0 \right\}.$$

- (a) Zeigen Sie, dass  $Y$  ein abgeschlossener, linearer Teilraum von  $X'$  ist.
- (b) Zeigen Sie, dass  $(S(t))_{t \geq 0} := (T(t)'|_Y)_{t \geq 0}$  eine  $C_0$ -Halbgruppe auf  $(Y, \|\cdot\|_{X'})$  ist.
- (c) Bestimmen Sie den Erzeuger  $B$  von  $(S(t))_{t \geq 0}$ .