Lösung von Aufgabe 3 des 2. Übungsblattes

Es gilt: K_1 und K_2 schneiden sich in den Punkten i und -1 (hier lag natürlich der Fehler an der Tafel). $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ und $i\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ schneiden sich in 0 und ∞.

Für S muss also gelten: $S(i) = 0$ und $S(-1) = \infty$.

Soll S den Einheitskreis mit der Orientierung $(-1, i, 1)$ auf $\mathbb{R} \cup \{\infty\}$ mit der Orientierung $(\infty, 0, 1)$ abbilden, so ist S die Möbiustransformation, die durch

$$S(-1) = \infty, \qquad S(i) = 0, \qquad S(1) = 1$$

festgelegt wird.

Man rechne nach, dass gilt:

$$S(z) = (1+i) \cdot \frac{z-i}{z+1}.$$

Man sieht jetzt auch: $S(-2+i) = 2i$, also ist $S(K_2) = i\mathbb{R} \cup \{\infty\}$.

S leistet also das Gewünschte.