Karlsruher Institut für Technologie
Institut für Analysis
Dr. A. Müller-Rettkowski
M. Sc. S. Avramska

SS 2012
22.05.2012

Funktionentheorie
Übungsblatt 6

Aufgabe 1 Bestimmen Sie, worauf die Möbiustransformation S die Menge $G \subset \mathbb{C}$ abbildet, wobei

$$S(z) := \frac{z}{1-z}\,, \quad G := \{\, z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2 \,\}\,.$$

Begründen Sie jeden Schritt sorgfältig, und skizzieren Sie die Mengen G und $S(G)$.

Aufgabe 2 (C) (10 Punkte) Bestimmen Sie eine Möbiustransformation S, durch welche die Menge

$$G := \{\, z \in \mathbb{C} : |z-1| > 1\,,\ |z-3| < 3 \,\}$$

auf $\{\, w \in \mathbb{C} : 0 < \mathrm{Re} w < 1 \,\}$ abgebildet wird. Ist dieses S eindeutig bestimmt?

Aufgabe 3 Beweisen Sie, dass jede Möbiustransformation S, die von der Form

$$S(z) = e^{it}\,\frac{z-a}{z+\bar{a}} \quad (t \in \mathbb{R},\ a \in \mathbb{C} \text{ mit } Re a < 0)$$

ist, die linke Halbebene auf die Einheitskreisscheibe abbildet, und dass sich umgekehrt auch jedes S mit diesem Abbildungsverhalten in obiger Form darstellen lässt.

Aufgabe 4 (C) (10 Punkte) Die Möbiustransformation S sei gegeben durch $S(z) := \dfrac{i-z}{1+z}$.

(a) Bestimmen Sie, worauf die Einheitskreislinie $\partial\mathbb{E}$ sowie die reelle Achse und die imaginäre Achse durch S abgebildet werden.

(b) Geben Sie eine Möbiustransformation $T \neq S$ an, die $T(\partial\mathbb{E}) = S(\partial\mathbb{E})$ erfüllt.