

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

5. Übungsblatt

Aufgabe 1

Bestimmen Sie die Menge aller $x \in \mathbb{R}$, welche die Ungleichung $x \leq 4 + \sqrt{x-2}$ erfüllen.

Aufgabe 2

Seien $x, y \in (0, \infty)$. Zeigen Sie:

a) $\sqrt{x+y} \leq \sqrt{x} + \sqrt{y} \leq \frac{x}{\sqrt{y}} + \frac{y}{\sqrt{x}}$; b) $|\sqrt{x} - \sqrt{y}| \leq \sqrt{|x-y|}$.

Aufgabe 3

Gegeben seien die zwei komplexen Zahlen $z = 3 - i$ und $w = -1 + 2i$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil sowie den Betrag von

a) z^3 ; b) $1/z$;
c) $z \cdot w$; d) $\bar{z}^2 + 1/w^2$.

Aufgabe 4

Skizzieren Sie die folgenden Mengen in der komplexen Zahlenebene:

a) $A = \{z \in \mathbb{C} : |z + 1 + i| = |z - 3 - 3i|\}$;
b) $B = \{z \in \mathbb{C} : |z - i| \geq 1 \text{ und } |z - 1 - 2i| < 3\}$;
c) $C = \{z \in \mathbb{C} : \operatorname{Re}(z^2) \leq 1\}$.

Aufgabe 5

a) Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=1}^{22} (1-i)^k.$$

b) Sei $n \in \mathbb{N}$. Bestimmen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=1}^n \left(\frac{i}{2}\right)^k.$$

Aufgabe 6

Es seien $w, z \in \mathbb{C}$. Rechnen Sie nach:

$$|z+w|^2 + |z-w|^2 = 2|z|^2 + 2|w|^2.$$

Was bedeutet dies geometrisch?