

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektrotechnik und Informationstechnik

12. Übungsblatt

Aufgabe 55

a) Berechnen Sie jeweils die ersten vier Koeffizienten der Potenzreihe um $x_0 = 0$ für

i) $\tanh x := \frac{\sinh x}{\cosh x}$; ii) $\frac{e^x}{\cos x}$.

b) Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch $f(x) := x^2 + 2x - 3$. Bestimmen Sie eine Potenzreihe, die in einer Umgebung von $x_0 = -1$ die Funktion $1/f$ darstellt.

Aufgabe 56

Sei $p \in \mathbb{N}$ und $0 < a < b$. Begründen Sie, dass die Funktion $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^p$ auf $[a, b]$ integrierbar ist, und bestimmen Sie den Wert des Integrals

$$\int_a^b x^p dx.$$

Verwenden Sie dazu die Zerlegungen $Z_n = \{a (b/a)^{\frac{k}{n}} \mid k = 0, 1, \dots, n\}$, $n \in \mathbb{N}$.

Aufgabe 57

a) Zeigen Sie mit Hilfe des Additionstheorems für Cosinus

$$\cos^2(x) = \frac{1}{2} (\cos(2x) + 1) \quad \text{für jedes } x \in \mathbb{R}.$$

b) Sei $a > 0$. Berechnen Sie mit Hilfe der Exponentialfunktion

$$\int_0^a \sin(x) dx, \quad \int_0^a \cos(x) dx, \quad \int_0^a \sinh(x) dx, \quad \int_0^a \cosh(x) dx, \quad \int_0^a \cos^2(x) dx.$$

Aufgabe 58

a) Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$ und $f(x_0) > 0$ für ein $x_0 \in [a, b]$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx > 0.$$

b) Seien $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen mit $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a, b]$ und $f(x_0) > g(x_0)$ für ein $x_0 \in [a, b]$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx.$$

Aufgabe 59

Es sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ eine monotone Funktion. Zeigen Sie, dass f Riemann integrierbar auf $[a, b]$ ist.

Klausur zur HM I: Dienstag, 04.03.2013, 08:00 - 10:00 Uhr

Anmeldeschluss: Freitag, 08.02.2013 (Vorlesungsende WS 12/13)

Informationen zur Prüfungsanmeldung entnehmen Sie bitte der Vorlesungshomepage

<http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm1etec2012w/>.