

Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektrotechnik und Informationstechnik

14. Übungsblatt

Aufgabe 65

Es seien $f, g : (a, b) \rightarrow \mathbb{C}$ n -mal differenzierbar Funktionen. Zeigen Sie, dass $f \cdot g$ n -mal differenzierbar ist und berechnen Sie die n -te Ableitung $(f \cdot g)^{(n)}$.

Aufgabe 66

Untersuchen Sie das Monotonieverhalten der Funktion $f : (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{\ln x}{x}$ und entscheiden Sie, welche der beiden Zahlen e^π , π^e die größere ist.

Aufgabe 67

- a) Zeigen Sie, dass für alle $|x| < 1$ gilt

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}.$$

(Hinweis: Für $g(x) := \ln(1+x)$ gilt $g'(x) = \frac{1}{1+x}$.)

- b) Bestimmen Sie den Wert der Potenzreihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n^2 - n} \quad \text{für } |x| < 1.$$

Aufgabe 68

Begründen Sie, dass jede der folgenden Funktionen ihr Maximum und Minimum annimmt, und berechnen Sie diese:

- a) $f : [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto x^4 - 4x^2 + 2$;
b) $g : [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto -6x + (|x - 3| + 2)^2$.

Aufgabe 69

- a) Berechnen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\cos \sqrt{x+1} - \cos \sqrt{x-1}).$$

- b) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes für alle $x > y > 0$:

i) $x \ln x - y \ln y \leq (x - y)(1 + \ln x)$; ii) $e^{x^2} - e^{y^2} \leq (x - y)(x + y)e^{x^2}$.

Aufgabe 70

Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte mit Hilfe von Riemann-Summen.

a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[n]{e^{-k}}$ b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^{3n} \sin\left(\frac{k\pi}{n}\right)$

Anmeldeschluss zur Klausur: Freitag, 08.02.2013 (Vorlesungsende WS 12/13)