

Übungsklausur
Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 ((4+3+3) Punkte)

- a) Seien z, w, v verschiedene komplexe Zahlen, die auf einer Geraden liegen. Berechnen Sie $\operatorname{Im}\left(\frac{v-z}{w-z}\right)$.
- b) Berechnen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^4 + 2iz^2 - 1 = 0$.
- c) Schreiben Sie $z = -5 + i\sqrt{75}$ in Polarform.
(Hinweis: $\cos(\pi/3) = \frac{1}{2}$)

Aufgabe 2 ((6+4) Punkte)

Beweisen Sie:

- a) Für positive Zahlen $a, b, c, d > 0$ gilt

$$(\sqrt{ac} + \sqrt{bd})^2 \leq (a+b)(c+d).$$

- b) Für $k \in \mathbb{N}$ gilt

$$(1 + 2 + 3 + \dots + k) \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{k}\right) \geq k^2.$$

Aufgabe 3 ((6+4) Punkte)

- a) Berechnen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{10^{2n}}{2^{2n} + 3^{2n}} (x-2)^n$$

und bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Reihe konvergiert.
(Hinweis: $3^{2n} \leq 2^{2n} + 3^{2n} \leq 2 \cdot 3^{2n}$.)

- b) Entwickeln Sie die Funktion

$$\frac{e^x}{1-x}$$

in einer Potenzreihe um den Punkt $x_0 = 0$.

Aufgabe 4 ((6+4) Punkte)

- a) Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x^2} \left(\frac{1}{\cos x} - \frac{x}{\sin x} \right)$$

und begründen Sie Ihre Schritte.

- b) Berechnen Sie mit Hilfe einer geeigneten Zwischensumme

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^2 + (n+2)^2 + \dots + (2n)^2}{n^3}.$$

Viel Erfolg!

Nach der Übungslausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den 05.02.2013, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude 05.20) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den 07.02.2013, von 13.15 Uhr bis 13.30 Uhr im Zimmer 3A-01 (Allianzgebäude 05.20) möglich.