

**Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik
4. Übungsblatt**

Aufgabe 1

Zeigen Sie, dass die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ gegen einen Wert a konvergiert, und geben Sie zu $\varepsilon = 10^{-10}$ ein $n_0 = n_0(\varepsilon) \in \mathbb{N}$ an so, dass für alle $n \geq n_0$ stets $|a_n - a| < \varepsilon$ gilt:

a) $a_n = \frac{2n}{n+1}$; b) $a_n = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{n+1}+1}}$.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie jeweils alle $z \in \mathbb{C}$, die Lösungen der Gleichung sind:

a) $z^2 - 2z + 3 = 0$; b) $z^2 = |z|^2$.

Aufgabe 3

Untersuchen Sie die nachstehenden Folgen $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.

a) $a_n = \frac{n^2 + 3n - 4}{1 + n^2 + 4n^3}$ b) $a_n = (-1)^n + 1/n$
c) $a_n = \sqrt{9n^2 + 2n + 1} - 3n$ d) $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n}$
e) $a_n = n^4 \left(\sqrt[10]{1 + 3n^{-4} + n^{-9}} - 1 \right)$

Aufgabe 4

Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_1 := \sqrt{2}, \quad a_{n+1} := \sqrt{2 + a_n} \quad \text{für } n \in \mathbb{N}.$$

Konvergiert die Folge? Bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.