

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik
7. Übungsblatt

Aufgabe 1

Welche Funktionen $\mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ werden durch die folgenden Potenzreihen dargestellt?

a) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n-1}{(n+1)!} z^n$

b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)!} (z+1)^{2n+2}$

Aufgabe 2

Für welche $x \in \mathbb{R}$ bzw. $z \in \mathbb{C}$ konvergieren die folgenden Potenzreihen?

a) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{2n+1}{(n-1)^2} x^n$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n} (z-2i)^n$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{n(1+(-1)^n)} x^{2n}$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) z^n$

e) $\sum_{k=0}^{\infty} 2^k z^{k^2}$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z+3i)^n}{n^2}$

Aufgabe 3

Die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ist gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + ax + b, & x \leq 1, \\ c - x, & x > 1. \end{cases}$$

Bestimmen Sie $a, b, c \in \mathbb{R}$ so, dass f stetig ist und zudem $f(0) = f(2) = 0$ gilt.

Aufgabe 4

Beweisen Sie mit Hilfe der Additionstheoreme die folgenden Formeln für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

a) $\sin(2x) = 2 \sin x \cos x$

b) $\cos(2x) = 1 - 2 \sin^2 x = 2 \cos^2 x - 1$

c) $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$

d) $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$