

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung  
Elektrotechnik und Informationstechnik

9. Übungsblatt

**Aufgabe 1**

Sei  $k \in \mathbb{Z}$ . Laut Vorlesung sind die Funktionen

$$\sin_k: \left[\frac{2k-1}{2}\pi, \frac{2k+1}{2}\pi\right] \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \sin(x), \quad \cos_k: [k\pi, (k+1)\pi] \rightarrow [-1, 1], x \mapsto \cos(x),$$

bijektiv. Zeigen Sie, dass die Umkehrfunktionen durch

$$\arcsin_k: [-1, 1] \rightarrow \left[\frac{2k-1}{2}\pi, \frac{2k+1}{2}\pi\right], y \mapsto k\pi + (-1)^k \arcsin(y),$$

bzw.

$$\arccos_k: [-1, 1] \rightarrow [k\pi, (k+1)\pi], y \mapsto \arcsin_{k+1}(y) - \frac{\pi}{2},$$

gegeben sind.

**Aufgabe 2**

Für jedes  $n \in \mathbb{N}$  ist die Funktion  $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  gegeben durch

$$f_n(x) = \begin{cases} x^n \sin(x^{-1}) & \text{für } x \neq 0, \\ 0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$$

Untersuchen Sie, welche dieser Funktionen an der Stelle 0 stetig sind und welche dort differenzierbar sind.

**Aufgabe 3**

Seien  $\alpha > 1$  und  $C > 0$ . Eine Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  erfülle

$$|f(x) - f(y)| \leq C |x - y|^\alpha \quad \text{für alle } x, y \in \mathbb{R}.$$

Zeigen Sie, dass  $f$  auf  $\mathbb{R}$  differenzierbar ist und  $f'(x) = 0$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  gilt.

**Aufgabe 4**

Berechnen Sie die Ableitungen folgender Funktionen.

a)  $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^{\sqrt[3]{x}}$

b)  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \cos(2x) e^{\sin x}$

c)  $f: (1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \ln(\ln x)$

d)  $f: (0, \pi) \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^{\sin x} (\sin x)^x$

**Aufgabe 5**

Berechnen Sie Maximum und Minimum der Funktionen

a)  $f: [-3, 2] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto x^4 - 4x^2 + 2;$

b)  $g: [0, 10] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto -6x + (|x - 3| + 2)^2.$