

Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik
11. Übungsblatt

Aufgabe 1

- a) Berechnen Sie das Taylorpolynom $T_4(f; 0)$ von $f: x \mapsto \ln(1+x)$ und zeigen Sie

$$0 \leq \ln(1+x) - T_4(f; 0)(x) \leq \frac{1}{5} x^5 \quad \text{für alle } x \geq 0.$$

- b) Bestimmen Sie Zahlen a , b und c , für die gilt:

$$|\ln(2+x) - a - bx| \leq cx^2 \quad \text{für alle } x \in [-1, 1].$$

- c) Approximieren Sie die Funktion $f(x) := e^{-x} + \frac{1}{1+x}$ durch das Taylorpolynom $T_2(f; \frac{1}{2})$ und geben Sie eine Konstante $C > 0$ an so, dass für alle $x \in [0, 1]$ gilt:

$$|f(x) - T_2(f; \frac{1}{2})(x)| \leq C \left|x - \frac{1}{2}\right|^3.$$

Aufgabe 2

- a) Zeigen Sie, dass für alle $|x| < 1$ gilt

$$\ln(1+x) = \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{x^n}{n}.$$

- b) Bestimmen Sie durch gliedweises Differenzieren den Wert der Potenzreihe

$$\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n^2 - n} \quad \text{für } |x| < 1.$$

- c) Die Funktion $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ ist definiert durch $f(x) := \ln(1-x^2)$. Berechnen Sie $f^{(20)}(0)$ sowie $f^{(31)}(0)$.

Aufgabe 3

- a) Bestimmen Sie Real- und Imaginärteil, Betrag und Argument von

$$z_1 = (1 - i\sqrt{3})^{42}, \quad z_2 = \left(\frac{1 + \sqrt{3}i}{1 - \sqrt{3}i} \right)^{201}.$$

- b) Es sei $t \in (0, 2\pi)$. Ermitteln Sie die Polarkoordinaten von $z(t) := 1 - e^{it}$.

- c) Gegeben sei die komplexe Zahl $z = \cos\left(\frac{5\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$. Berechnen Sie z^3 und z^{150} .

Aufgabe 4

Berechnen Sie alle $z \in \mathbb{C}$, die der Gleichung

$$z^5 = \frac{1+i}{1-i}$$

genügen.

Aufgabe 5

Berechnen Sie die unbestimmten Integrale.

a) $\int \arcsin x \, dx$

b) $\int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} \, dx$

c) $\int \frac{x}{\sqrt{1-x}} \, dx$