

Übungsklausur
Höhere Mathematik I für die Fachrichtung
Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Prüfen Sie, ob die folgenden Grenzwerte existieren, und berechnen Sie diese gegebenenfalls.

i) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln(x) \ln(1-x)$

ii) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin(\cos x)}$

- b) Für jedes $n \in \mathbb{N}$ sei

$$b_n := \left(\sum_{k=0}^n \frac{2^k}{k!} \right)^n .$$

Berechnen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{b_n}{n^3} x^n$$

und bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, für die diese Reihe konvergiert.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie Maximum und Minimum der Funktion

$$f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \cos x + \frac{1}{2} \cos 2x .$$

- b) Zeigen Sie mit Hilfe des Mittelwertsatzes, dass für alle $x, y \in [-\pi/3, \pi/3]$ gilt

$$|\ln(\cos x) - \ln(\cos y)| \leq \sqrt{3} |x - y| .$$

Aufgabe 3 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale.

i) $\int_0^{\sqrt{2}} x^3 e^{x^2} dx$

ii) $\int_{-2\pi}^{2\pi} \frac{\sinh(x)}{\cosh(x)} dx$

b) Zeigen Sie, dass für alle $m, n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\int_0^1 x^n (1-x)^m dx = \int_0^1 x^m (1-x)^n dx.$$

c) Zeigen Sie, dass das uneigentliche Integral

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2(x)}{x^2} dx$$

konvergent ist und dass sein Wert in $[0, 2]$ liegt.

Hinweis: Für jedes $x \in [0, 1]$ gilt $|\sin(x)| \leq x$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

a) Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \right)^9.$$

b) Zeigen Sie mit Hilfe vollständiger Induktion, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt

$$\ln(n+1) = \sum_{k=1}^n \ln(1+1/k).$$

Viel Erfolg!

Nach der Klausur: Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den **03.02.2015**, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude 05.20) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den **05.02.2009**, von 13.15 Uhr bis 13.45 Uhr im Zimmer 3A-04, Gebäude 05.20 möglich.