

Bsp 8.14 Für welche $a \in \mathbb{R}$ ist

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{4(x-2)}, & x \in \mathbb{R} \setminus \{2\} \\ a, & x = 2 \end{cases} \quad \text{stetig} \quad (5)$$

- (1) $\forall a \in \mathbb{R}$ (2) für kein $a \in \mathbb{R}$.
(3) für $a=1$ (4) für $a=2$, (5) für $a=3$.
(6) keine der obigen Antworten
(7) keine Ahnung.

Hinweis: $a^n - b^n = (a-b) \sum_{k=0}^{n-1} a^k b^{n-1-k}$ (3)

Lö: Da $\frac{x^3 - 8}{4(x-2)} = \frac{x^3 - 2^3}{4(x-2)}$ (3)

$$= \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 2^2)}{4(x-2)} = \frac{x^2 + 2x + 2^2}{4} \quad \forall x \neq 2$$

gilt $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{4(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x + 2^2}{4}$

da Polynome $2^2 + 2 \cdot 2 + 2^2 = 3$. Also
stetig sind \hookrightarrow

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3 \quad (4)$$

Ist f stetig in $2 \in \mathbb{R}$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \quad \stackrel{(4), (5)}{=} \quad 3 = a.$$

Also ist f stetig in $2 \Rightarrow a = 3$.