

**Übungsklausur**  
**Höhere Mathematik I für die Fachrichtungen**  
**Elektroingenieurwesen und Geodäsie**

**Aufgabe 1 (10 Punkte)**

- a) Skizzieren Sie in der komplexen Zahlenebene die Menge

$$A := \left\{ z \in \mathbb{C} \setminus \{0\} \mid \operatorname{Re}(z + 3i) < \operatorname{Im}(z) - 1 \text{ und } \frac{3\pi}{4} < \arg(z) < \pi \right\}.$$

- b) Geben Sie alle  $z \in \mathbb{C}$  an, die gleichzeitig die beiden folgenden Gleichungen erfüllen:

$$\operatorname{Re}(z^2) = 2 \quad \text{und} \quad \operatorname{Im}(z^2) = -4 \operatorname{Im}(z).$$

Welche dieser Zahlen liegen in der Menge  $A$ ?

- c) Berechnen Sie den Real- und Imaginärteil von

$$\sum_{k=2}^{13} (1+i)^k.$$

**Aufgabe 2 (10 Punkte)**

- a) Zeigen Sie, dass

$$2^{n-1} \leq n! \leq 2^{\frac{(n-1)n}{2}}$$

für alle  $n \in \mathbb{N}$  gilt.

- b) Untersuchen Sie jeweils die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls den Grenzwert:

i)  $a_n = \frac{\sqrt{n} + 1}{(3\sqrt[4]{n} + 4\sqrt[5]{n})^2};$

ii)  $a_n = \sqrt[n]{2^n + n}.$

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

- a) Berechnen Sie die Menge aller  $x \in \mathbb{R}$ , in denen die Potenzreihe

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[4]{(n+1)2^{4n}}} (x+3)^n$$

konvergiert. Geben Sie alle  $x \in \mathbb{R}$  an, in denen absolute Konvergenz vorliegt.

- b) Bestimmen Sie den Konvergenzradius der Potenzreihe

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!}{k^k} x^k.$$

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei definiert durch

$$f(x) := \begin{cases} x^{3/2} e^{-1/x} & \text{für } x > 0, \\ 0 & \text{für } x \leq 0. \end{cases}$$

- a) Bestimmen Sie die Menge  $D$  aller  $x_0 \in \mathbb{R}$ , in denen  $f$  differenzierbar ist, und berechnen Sie in diesen Stellen  $f'(x_0)$ .

Ist die Ableitung  $f': D \rightarrow \mathbb{R}$  stetig? Begründen Sie Ihre Antwort.

- b) Ermitteln Sie den Wertebereich  $f(\mathbb{R})$  von  $f$ .

**Viel Erfolg!**

**Nach der Klausur:** Die korrigierten Übungsklausuren können ab Dienstag, den 09.02.2010, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude 05.20) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den 11.02.2010, von 13.15 Uhr bis 13.30 Uhr im Zimmer 3A-01 (Allianzgebäude 05.20) möglich.