

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

11. Übungsblatt

Aufgabe 1:

- (a) Sei $f: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetig mit $f(x) \geq 0$ für alle $x \in [a, b]$ und $f(x_0) > 0$ für ein $x_0 \in [a, b]$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx > 0.$$

- (b) Seien $f, g: [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$ stetige Funktionen mit $f(x) \geq g(x)$ für alle $x \in [a, b]$ und $f(x_0) > g(x_0)$ für ein $x_0 \in [a, b]$. Zeigen Sie:

$$\int_a^b f(x) dx > \int_a^b g(x) dx.$$

Aufgabe 2:

- (a) Sei $a > 0$. Die Funktion $f: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ sei integrierbar und gerade, d.h. $f(-x) = f(x)$ für alle $x \in [-a, a]$. Zeigen Sie:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 2 \int_0^a f(x) dx.$$

- (b) Seien $a > 0$ und $f: [-a, a] \rightarrow \mathbb{R}$ eine integrierbare Funktion, die ungerade ist, d.h. $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in [-a, a]$. Zeigen Sie:

$$\int_{-a}^a f(x) dx = 0.$$

Aufgabe 3: Bestimmen Sie folgende Integrale:

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad & \int_0^1 (1+2x)^3 dx & \text{(ii)} \quad & \int_{-2}^2 |x-1| dx & \text{(iii)} \quad & \int_1^4 \frac{1}{\sqrt{x}(1+\sqrt{x})} dx \\ \text{(iv)} \quad & \int_1^e x \ln(x) dx & \text{(v)} \quad & \int_0^1 x e^{2x^2} \sin(e^{x^2}) dx \end{aligned}$$

Aufgabe 4: Berechnen Sie die unbestimmten Integrale:

$$\text{(i)} \quad \int \frac{e^x}{e^{2x} + 1} dx \quad \text{(ii)} \quad \int \frac{x}{\sqrt{1-x}} dx$$

Aufgabe 5: Die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sei durch

$$a_n := \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin(x))^n dx$$

definiert. Bestimmen Sie a_1 und a_2 . Finden Sie für jedes $n \in \mathbb{N}$ mit $n > 2$ eine Rekursionsformel zur Berechnung von a_n , wenn a_{n-2} bekannt ist. Ermitteln Sie hiermit a_3, a_4, a_5, a_6 .

Die Aufgaben werden in der Übung am 15.1.2016 besprochen.

— Bitte wenden! —

Übungsklausur:

- Die Übungsklausur findet am Samstag, dem 30.01.2016, von 10:00 bis 12:00 Uhr im Gerthsen-Hörsaal (Geb. 20.30) statt.
- Zulässige Hilfsmittel sind ausschließlich zwei handbeschriebene DIN-A4 Blätter (vier Seiten).
- Studierende, die die Übungsklausur als Prüfungsleistung einbringen können und wollen, melden sich im Sekretariat bei Frau Dr. Nagatou-Plum an. Der Anmeldeschluss ist Mittwoch, der 27.01.2016.