

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

15. Übungsblatt

Aufgabe 1: Sei V ein \mathbb{K} -Vektorraum mit dem Skalarprodukt $(\cdot|\cdot)$ und der induzierten Norm $\|\cdot\|$, d.h. $\|\cdot\| = \sqrt{(\cdot|\cdot)}$. Zeigen Sie, dass für alle $v, w \in V$ gilt

(a) $\|v + w\|^2 + \|v - w\|^2 = 2(\|v\|^2 + \|w\|^2)$.

(b) $\|v + w\|^2 - \|v - w\|^2 = 4 \operatorname{Re}(v|w)$.

Aufgabe 2:

(a) Wenden Sie das Gram-Schmidt-Verfahren auf die folgenden Vektoren aus \mathbb{C}^3 an:

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3i \\ 1 \end{pmatrix}.$$

(b) Seien $\vec{y}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{y}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$, $\vec{y}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Geben Sie eine Orthonormalbasis von $\operatorname{lin}\{\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3\}$ an.

(c) Sei V der \mathbb{R} -Vektorraum der reellen Polynome vom Grad ≤ 2 . Sei das Skalarprodukt auf V durch

$$(p(x)|q(x)) := \int_{-1}^1 p(x)q(x)dx$$

definiert. Wenden Sie das Gram-Schmidt-Verfahren auf die Standardbasis $B = \{1, x, x^2\}$ an.

Aufgabe 3: Sei

$$A = \frac{1}{\sqrt{6}} \begin{pmatrix} \sqrt{3} & 1 & \sqrt{2} \\ 0 & 2i & -i\sqrt{2} \\ \sqrt{3} & -1 & -\sqrt{2} \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie A^{-1} .

Die Aufgaben werden in der Übung am 12.2.2016 besprochen.