

## Höhere Mathematik I

### für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

#### 4. Übungsblatt

**Aufgabe 1:** Bestimmen Sie jeweils alle Häufungspunkte von  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  und geben Sie  $\liminf_{n \rightarrow \infty} (a_n)$  und  $\limsup_{n \rightarrow \infty} (a_n)$  an.

$$(i) \ a_n = n^{n(-1)^n} \qquad (ii) \ a_n = \begin{cases} 1 + 1/2^n, & n = 3k \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \\ 2, & n = 3k - 1 \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \\ 2 + (n + 1)/n, & n = 3k - 2 \text{ für ein } k \in \mathbb{N} \end{cases}$$

**Aufgabe 2:** Die Folge  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  wird rekursiv definiert durch

$$a_1 := 1, \quad a_{n+1} = \frac{2 + 4a_n}{4 + 3a_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}.$$

Konvergiert die Folge? Bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

**Aufgabe 3:** Untersuchen Sie jeweils  $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$  auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ .

(a)  $a_n = \frac{n^2 - 5n - 9}{1 + 2n^2 + 3n^3}$ ;

(b)  $a_n = (-1)^n + 1/n$ ;

(c)  $a_n = \sqrt[n]{2^n + 3^n}$ ;

(d)  $a_n = n - n \left(1 - \frac{1}{n}\right)^5$ ;

(e)  $a_n = \frac{a^n - a^{-n}}{a^n + a^{-n}}$  ( $a > 0$  fest);

(f)  $a_n = \sqrt{9n^2 + 2n + 1} - 3n$ ;

(g)  $a_n = n^3 \left( \sqrt[3]{n^6 + 6n} - \sqrt[3]{n^6 + 6} \right)$ .

**Die Aufgaben werden in der Übung am 13.11.2015 besprochen.**