

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

10. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1:

- (a) Bestimmen Sie eine Reihendarstellung der Funktion $f: (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln(1 - x^2)$ um 0 und berechnen Sie $f^{(20)}(0)$ sowie $f^{(31)}(0)$.
- (b) Gegeben sei die Funktion

$$f: \mathbb{R} \setminus \{2, 3\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto \frac{1}{2-x} + \frac{1}{3-x}.$$

Ermitteln Sie $f^{(2015)}(1)$.

Aufgabe 2: Berechnen Sie eine Näherung für $\sqrt{2}$ mit einem Fehler kleiner als 10^{-6} unter Verwendung des Satzes von Taylor und der Darstellung

$$\sqrt{2} = \frac{10}{7} \sqrt{1 - \frac{1}{50}}.$$

Hinweis: Betrachten Sie das zweite Taylorpolynom der Funktion $(-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$, $x \mapsto \frac{10}{7} \sqrt{1+x}$.

Aufgabe 3:

- (a) Beweisen Sie, dass die Funktion

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \cos^2(x) + \cos^2\left(\frac{\pi}{3} + x\right) - \cos(x) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{3} + x\right)$$

konstant ist, und bestimmen Sie die Konstante.

- (b) Berechnen Sie alle lokalen Extrema der Funktionen

(i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \sum_{k=1}^n (x - x_k)^2 \quad (x_k \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{N});$

(ii) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} 1+x, & x \leq 0, \\ x^{x^2 \ln(x)}, & x > 0. \end{cases}$

Aufgabe 4:

- (a) Sei $f \in C^0([a, b])$ mit $\int_a^b |f(x)| dx = 0$. Zeigen Sie, dass $f(x) = 0$ für alle $x \in [a, b]$ gilt.

- (b) Wiederum sei $f \in C^0([a, b])$. Für alle $g \in C^0([a, b])$ gelte $\int_a^b f(x)g(x) dx = 0$. Zeigen Sie, dass dann $f(x) = 0$ für alle $x \in [a, b]$ gilt.

Die Aufgaben werden in den Tutorien in der Woche vom 11 bis 15.1.2016 besprochen.