

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

14. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1:

(a) Sei $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$. Bestimmen Sie alle Matrizen $L \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ mit $LA = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$.

(b) Im $\mathbb{R}^{4 \times 4}$ bzw. $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ sind die folgenden Matrizen gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & -1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 & -1 \\ -5 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 6 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 4 & 4 & 2 \\ 2 & -2 & 0 \end{pmatrix}.$$

Zeigen Sie, dass A und B regulär sind. Ist C regulär? Bestimmen Sie A^{-1} , B^{-1} , $(AB)^{-1}$ und $(A^T)^{-1}$.

Aufgabe 2: Gegeben sei die lineare Abbildung

$$\phi : \mathbb{R}^{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}^{2 \times 2}, \quad \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} d & a \\ b & c \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie die Darstellungsmatrix A von ϕ bzgl. der Basis

$$b_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad b_{12} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_{21} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad b_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

in Argument- und Zielraum.

Bemerkung: Die Standardbasis in $\mathbb{R}^{2 \times 2}$ ist durch

$$e_{11} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{12} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{21} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad e_{22} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

gegeben.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass

$$(f|g) := \int_0^1 f(x)\overline{g(x)} + f'(x)\overline{g'(x)} dx$$

ein Skalarprodukt auf $C^1([0, 1], \mathbb{C})$ definiert. Berechnen Sie das Skalarprodukt $(f|g)$ für

(i) $f(x) = \cos(2\pi x)$, $g(x) = \sin(2\pi x)$,

(ii) $f(x) = x$, $g(x) = e^x$ bzw.

(iii) $f(x) = e^{2\pi i x}$, $g(x) = e^{4\pi i x}$

und geben Sie an, ob die Funktionen orthogonal sind.

Die Aufgaben werden in den Tutorien in der Woche vom 8. bis 12.2.2016 besprochen.