

Höhere Mathematik I

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

7. Tutoriumsblatt

Aufgabe 1: Sei $F = \{f : f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}\}$ der \mathbb{R} -Vektorraum bezüglich der üblichen Verknüpfungen. Untersuchen Sie, ob die folgenden Teilmengen von F Untervektorräume von F sind:

- (a) $A = \{f \in F : f(x) \geq 0 \forall x \in \mathbb{R}\}$;
- (b) $B = \{f \in F : f(7) = f(1)\}$;
- (c) $C = \{f \in F : f(-x) = -f(x) \forall x \in \mathbb{R}\}$;
- (d) $D = \{f \in F : f \text{ ist bijektiv}\}$.

Aufgabe 2:

- (a) Bestimmen Sie alle Stetigkeitsstellen der Funktion

$$f: [-7, 3] \rightarrow \mathbb{R}, x \mapsto \begin{cases} \min\{x^2 + 2x - 15, x^3\} & \text{für } x \in [-7, -5] \cup [-1, 3], \\ x + 5 & \text{für } x \in (-5, -1). \end{cases}$$

- (b) Bestimmen Sie jeweils eine Konstante y_0 so, dass die Funktion $f : D \rightarrow \mathbb{R}$ auf ihrem ganzen Definitionsbereich D stetig ist.

(i) $D = (0, \infty)$, $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{2-x} - \frac{12}{8-x^3} \right) & \text{für } 2 \neq x \in D, \\ y_0 & \text{für } x = 2. \end{cases}$

(ii) $D = [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$, $f(x) = \begin{cases} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin(x)} & \text{für } 0 \neq x \in D, \\ y_0 & \text{für } x = 0. \end{cases}$

Aufgabe 3: Untersuchen Sie, ob die Grenzwerte existieren, und bestimmen Sie diese gegebenenfalls.

- (a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{8x^3 + 2x^2 + 1}{2x^3 + 7x}$
- (b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{8+x} - 2}{x}$
- (c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} \left(\frac{1}{\sin x} - \frac{1}{x} \right)$
- (d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

Die Aufgaben werden in den Tutorien in der Woche vom 7. bis 11.12.2015 besprochen.