

## Höhere Mathematik I für die Fachrichtung Physik

### 11. Übungsblatt

#### Aufgabe 61:

- (i) Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei durch  $f(x) = x^2 - 2x + 1$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  definiert. Bestimmen Sie eine Potenzreihe, die in einer Umgebung von  $x_0 = 0$  die Funktion  $\frac{1}{f}$  darstellt.
- (ii) Die Funktion  $g : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  sei durch  $g(x) = \log(1+x)$  für alle  $x \in (-1, \infty)$  definiert. Berechnen Sie das Taylorpolynom  $T_4(g; 0)$  und zeigen Sie, dass

$$0 \leq g(x) - T_4(g; 0)(x) \leq \frac{1}{5}x^5$$

für alle  $x \geq 0$  gilt.

#### Aufgabe 62:

- (i) Die Funktion  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  sei durch  $f(x) = x^2 + 2x - 3$  für alle  $x \in \mathbb{R}$  definiert. Bestimmen Sie eine Potenzreihe, die in einer Umgebung von  $x_0 = -1$  die Funktion  $\frac{1}{f}$  darstellt.
- (ii) Die Funktion  $g : (-1, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  sei durch  $g(x) = e^{-x} + \frac{1}{1+x}$  für alle  $x \in (-1, \infty)$  definiert. Berechnen Sie das Taylorpolynom  $T_2(g; \frac{1}{2})$  und geben Sie eine Konstante  $C > 0$  an, für die

$$\left| g(x) - T_2\left(g; \frac{1}{2}\right)(x) \right| \leq C \left| x - \frac{1}{2} \right|^3$$

für alle  $x \in [0, 1]$  gilt.

#### Aufgabe 63:

Berechnen Sie mit Hilfe von geeigneten Riemannschen Zwischensummen die Grenzwerte

- (i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^{p+1}} \sum_{k=1}^n x^p$ , wobei  $p \in \mathbb{N}$  fest ist, und
- (ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=n}^{2n-1} \frac{1}{k}$ .

#### Aufgabe 64:

Berechnen Sie mit Hilfe von geeigneten Riemannschen Zwischensummen die Grenzwerte

- (i)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \cos\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$  und
- (ii)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \prod_{k=1}^n (k+n)^{\frac{1}{n}}$ .

### Aufgabe 65:

Berechnen Sie die Integrale

(i)  $\int_{-2}^2 |t - 1| dt$ ,

(ii)  $\int_1^4 \frac{1}{\sqrt{t}(1+\sqrt{t})} dt$ ,

(iii)  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{2} t^2 \sin(2t) dt$  und

(iv)  $\int_1^4 \arctan\left(\sqrt{\sqrt{t}-1}\right) dt$ .

### Aufgabe 66:

Berechnen Sie die Integrale

(i)  $\int_{(k-1)\pi}^{k\pi} |\sin(t)| dt$  für festes  $k \in \mathbb{Z}$ ,

(ii)  $\int_1^e \frac{1}{t(1+\log(t))} dt$ ,

(iii)  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \arcsin(t) dt$  und

(iv)  $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} \frac{1}{\sin(t)} dt$ .

**Hinweis:** Beachten Sie die Aufgaben 40 (i) und 50.

#### Übungsklausur:

- Die Übungsklausur findet am *Samstag, den 28. Januar 2017*, von *10:00 bis 12:00* im **Benz-Hörsaal** statt.
- Studenten, die die Übungsklausur als Prüfungsleistung einbringen können und wollen, müssen sich im Sekretariat bei Frau Dr. Nagato-Plum anmelden. Anderenfalls ist eine Anmeldung nicht erforderlich.
- Anmeldefrist läuft am *25. Januar 2017 um 12:00* ab. Bei der Anmeldung wird der Sitzplatz bekannt gegeben.
- Zugelassene Hilfsmittel sind ausschließlich zwei handbeschriftete DIN A4 Blätter (vier Seiten).
- Themenumfang der Übungsklausur ist der gesamte bis zum *20. Januar 2017* in den Vorlesungen und Übungen behandelte Stoff.
- Beachten Sie weitere Hinweise auf der Homepage der Veranstaltung.

**Hinweis:** In der großen Saalübung werden voraussichtlich die Aufgaben 61, 63 und 65 besprochen. Die restlichen Aufgaben werden in den Tutorien behandelt.