

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

3. Übungsblatt

Aufgabe 9

- (a) Es sei V ein Vektorraum. Die Vektoren $a_1, \dots, a_n \in V$ seien l.u. und $A = (\alpha_{jk}) \in \mathbb{C}^{(n,n)}$ sei gegeben. Ferner seien $b_1, \dots, b_n \in V$ durch

$$b_k := \sum_{j=1}^n \alpha_{jk} a_j \quad (k = 1, \dots, n)$$

definiert. Zeigen Sie: b_1, \dots, b_n sind genau dann l. u. wenn A regulär ist.

- (b) Hat $A \in \mathbb{C}^{(n,n)}$ den Rang r und sind $U, W \in \mathbb{C}^{(n,n)}$ reguläre Matrizen, so hat auch die Matrix UAW den Rang r .

Aufgabe 10

Bestimmen Sie (gegebenenfalls in Abhängigkeit von den vorkommenden Parametern) die Zeilennormalform und den Rang der Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 2 & 4 \\ 4 & -6 & 4 & -5 \\ -2 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 3 & -2 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 4 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 4 & 4 \\ 1 & 0 & -1 & \alpha & \beta \end{pmatrix}.$$

Geben Sie außerdem jeweils eine Basis von $\text{Kern}(A)$, $\text{Bild}(A)$, $\text{Kern}(B)$ und $\text{Bild}(B)$ an.

Aufgabe 11

Bestimmen Sie jeweils alle Lösungen $\vec{x} = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \in \mathbb{R}^5$ von:

a)

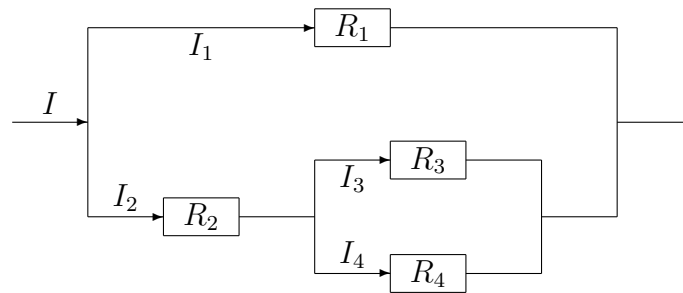
$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + 2x_4 &= 3 \\ x_3 + 4x_4 &= 1 \\ x_5 &= 2 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 0 \\ 4x_1 - 8x_2 + 3x_3 - 3x_4 + x_5 &= 2 \\ -2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - x_4 + 4x_5 &= -3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_4 + 4x_5 &= -1 \end{aligned}$$

Aufgabe 12

Gegeben ist die folgende Gleichstromschaltung:



Es gelte $I = 1 [A]$ und $R_1 = R_2 = R_3 = \alpha [\Omega]$ sowie $R_4 = \beta [\Omega]$.

- Stellen Sie mit Hilfe der Kirchhoffschen Gesetze ein lineares Gleichungssystem für die Ströme I_1 bis I_4 auf.
- Untersuchen Sie in Abhängigkeit von α und β die Lösbarkeit des in **a)** erhaltenen linearen Gleichungssystems.

Bestätigen Sie dabei, dass das System für physikalisch sinnvolle Werte von α und β (nämlich $\alpha, \beta > 0$) stets eindeutig lösbar ist.

Achtung:

Beachten Sie bitte die Hinweise auf der Seite

www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etec2013s/.

Hinweis Die Lösungen zum Übungsblatt werden in den Tutorien besprochen.