

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive
Komplexe Analysis und Integraltransformationen**

5. Übungsblatt

Aufgabe 17

Es seien $A, B \in \mathbb{C}^{(n,n)}$, $A \neq 0, B \neq 0$. Ferner sei $AB = 0$. Beweisen Sie:

$$\det A = \det B = 0.$$

Aufgabe 18

Es seien $A \in \mathbb{C}^{n \times n}$ und $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$. Welche der folgenden Aussagen sind wahr?

- a) Ist A unitär, so haben die Eigenwerte der Matrix Betrag 1.
- b) B besitzt mindestens einen reellen Eigenwert.
- c) Hat A den Eigenwert λ , so ist λ^2 ein Eigenwert von A^2 .

Aufgabe 19

Bestimmen Sie die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenräume von

$$A = \begin{pmatrix} 22 & -2 & -4 \\ 4 & 16 & -4 \\ 2 & -1 & 16 \end{pmatrix} \quad \text{und} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Welche algebraischen und geometrischen Vielfachheiten haben die Eigenwerte? Welche Matrix ist diagonalisierbar? Ermitteln Sie, falls möglich, reguläre Matrizen S_A bzw. S_B so, dass $S_A^{-1}AS_A$ bzw. $S_B^{-1}BS_B$ Diagonalgestalt hat.

Aufgabe 20

Bestimmen Sie alle Eigenwerte von

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & -1 \\ -1 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Begründen Sie, dass A diagonalisierbar ist, und geben Sie eine reguläre Matrix S so an, dass $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt hat. Ist es möglich, die Matrix S orthogonal zu wählen?

Aufgabe 21

Gegeben sei die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- a) Untersuchen Sie A auf Diagonalisierbarkeit. Geben Sie, falls möglich, eine orthogonale Matrix S und ihre Inverse S^{-1} so an, dass $S^{-1}AS$ Diagonalgestalt hat.
- b) Ermitteln Sie alle $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, die das lineare Gleichungssystem $A\vec{x} = 2\vec{x}$ lösen.

Achtung:

Beachten Sie bitte die Hinweise auf der Seite
www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etec2013s/.

Hinweis Die Lösungen zum Übungsblatt werden in den Tutorien besprochen.