Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. I. Anapolitanos
Dr. S. Wugalter

Sommersemester 2015
14.05.2015

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive Komplexe Analysis und Integraltransformationen

5. Übungsblatt

Aufgabe 1

Für $n \in \mathbb{N}_0$ sei $f_n\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$ definiert durch $f_n(t) = t^n$.

a) Begründen Sie, dass die Laplacetransformierte $\mathscr{L}\{f_n\}(s)$ für alle $s \in \mathbb{C}$ mit $\operatorname{Re} s > 0$ existiert.

b) Zeigen Sie, dass

$$\mathscr{L}\{f_n\}(s) = \frac{n!}{s^{n+1}}$$

für alle $s \in \mathbb{C}$ mit $\operatorname{Re} s > 0$ gilt.

Aufgabe 2

Berechnen Sie jeweils die Laplacetransformierte $\mathscr{L}\{f\}$ der Funktion $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{R}$.

a) $f(t) = e^{at}(t^2 + bt + c) \quad (a,b,c \in \mathbb{R})$

b) $f(t) = \cos(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$

c) $f(t) = \sinh(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$

d) $f(t) = \sinh^2(\omega t) \quad (\omega \in \mathbb{R})$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie jeweils eine Funktion $f\colon [0,\infty) \to \mathbb{C}$ mit

a) $\mathscr{L}\{f\}(s) = \frac{1}{s-a} \quad (a \in \mathbb{C})$;

b) $\mathscr{L}\{f\}(s) = \frac{e^{-3s}}{s+2}$;

c) $\mathscr{L}\{f\}(s) = \frac{s+3}{(s+1)^2+4}$.

Aufgabe 4

Ermitteln Sie eine Funktion $y\colon [0,\infty) \to \mathbb{C}$, die der Gleichung

$$y(t) = t^3 + \int_0^t y(\tau)\sin(t-\tau)\,d\tau$$

für alle $t \geqslant 0$ genügt.