

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtung  
Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive  
Komplexe Analysis und Integraltransformationen**

**13. Übungsblatt**

**Aufgabe 1**

Es sei  $\gamma$  eine Kurve, deren Träger der positiv durchlaufene Rand des Dreiecks mit den Ecken  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  und  $(0, 1)$  ist.  $\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$  sei gegeben durch

$$\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 + xy \\ x^2y - y^2 \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie  $\int_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s}$  zunächst direkt und anschließend mit dem Gaußschen Integralsatz.

**Aufgabe 2**

Berechnen Sie unter Verwendung des Gaußschen Integralsatzes:

$$\iint_G (x^2 + y) d(x, y), \quad G := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 < 1\}.$$

**Aufgabe 3**

a) Berechnen Sie das Volumen der Menge

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq 2, 0 \leq z \leq x^2 - y^2\}.$$

b) Die beschränkte Menge  $B \subset \mathbb{R}^3$  sei durch die Ebenen  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $z = 0$  und  $x + y + 2z = 1$  begrenzt. Berechnen Sie das Integral  $\iiint_B \sin z d(x, y, z)$ .

**Aufgabe 4**

a) Bestimmen Sie für alle  $a, b, c > 0$  das Volumen  $\iiint_E d(x, y, z)$  des Ellipsoids

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \left(\frac{x}{a}\right)^2 + \left(\frac{y}{b}\right)^2 + \left(\frac{z}{c}\right)^2 \leq 1 \right\}.$$

b) Berechnen Sie für die Menge

$$A = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leq z \leq 1 \text{ und } x^2 + y^2 \leq (1 - z)^2\}$$

das Integral

$$\iiint_A (x^2 + y^2)^2 e^{2(1-z)^7} d(x, y, z).$$

c) Sei  $0 < r < R$ . Berechnen Sie das Integral

$$\iint_B \frac{y}{x} d(x, y), \quad B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : \|(x, y)\| \in [r, R], |y| \leq x\}.$$