Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. I. Anapolitanos
Dr. S. Wugalter

Sommersemester 2015
09.07.2015

Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive Komplexe Analysis und Integraltransformationen

15. Übungsblatt

Aufgabe 1

Gegeben seien der Kegel $K = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : 0 \leqslant z \leqslant 2 - \sqrt{x^2+y^2}\}$ sowie das Vektorfeld $\vec{f}\colon \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $\vec{f}(x,y,z) = (z, y, z+1)$. Berechnen Sie den Fluß des Vektorfeldes $\vec{f}$ durch die Oberfläche des Kegels K nach außen.

Aufgabe 2

Berechnen Sie den Flächeninhalt von $\mathcal{F} = \big\{(x,y,x^2+y^2) : (x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2+y^2 \leqslant 1\big\}$.

Aufgabe 3

Gegeben seien $B = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2+(z+2)^2 \leqslant 3,\ z = \frac{1}{2}(x^2+y^2) - 2,\ x \geqslant 0\big\}$ und das Vektorfeld

$$\vec{v}(x,y,z) = \begin{pmatrix} x^2+y+z^2 \\ x-2z \\ -2xz+2y+2z \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Integralsatzes von Stokes

$$\iint\limits_{\mathcal{F}} (\nabla \times \vec{v}) \cdot \vec{N}\, do\,,$$

wobei $\mathcal{F}$ die Oberfläche von B und $\vec{N}$ der äußere Normaleneinheitsvektor an $\mathcal{F}$ ist.

Aufgabe 4

Die Oberfläche von $Z := \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 : x^2+y^2 \leqslant 1,\ 0 \leqslant z \leqslant 1\big\}$ wird mit $\mathcal{F}$ bezeichnet, und es sei

$$\vec{v}(x,y,z) := \begin{pmatrix} x^3 \\ x^2y \\ x^2z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie

$$\iint\limits_{\mathcal{F}} \vec{v} \cdot \vec{N}\, do$$

(wobei $\vec{N}$ der Normaleneinheitsvektor ist, der ins Äußere des Zylinders Z weist) auf zwei verschiedene Arten, nämlich

a) mittels der Definition des Oberflächenintegrals;

b) unter Verwendung des Gaußschen Integralsatzes.