

Modulprüfung / Bachelor
Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und
Informationstechnik

Aufgabe 1 (2 + 4 + 4 Punkte)

- a) Wir betrachten die Matrix $A \in \mathbb{R}^{2 \times 2}$ gegeben durch $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$. Bestimmen Sie die Eigenwerte und Eigenvektoren von A .
- b) Gegeben seien die Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in \mathbb{R}^4$ mit

$$\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ \sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ -\sqrt{2} \end{pmatrix}, \quad \vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie mithilfe des Gram-Schmitt-Verfahrens eine Orthonormalbasis von $\text{lin}\{\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3\}$.

- c) Bestimmen Sie die Inverse der Matrix $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 2 \\ 3 & 6 & 4 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 2 (3 + 3 + 4 Punkte)

- a) Sei $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $(x, y, z) \mapsto x + \sqrt{2}y - z$, und $B = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$. Bestimmen Sie das Minimum und Maximum von f auf B .
- b) Bestimmen Sie die Bogenlänge der Kurve

$$\Gamma := \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x = \frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{2} \ln y + 6, 1 \leq y \leq e\}.$$

- c) Wir betrachten das Integral

$$\int_0^2 \int_{\sqrt{y+\frac{1}{4}}-\frac{1}{2}}^1 \frac{2e^{x^2}}{x+1} dx dy.$$

Skizzieren Sie den Integrationsbereich, vertauschen Sie die Integrationsreihenfolge und berechnen Sie damit den Wert des Integrals.

Aufgabe 3 (4+6 Punkte)

- a) Sei $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : y+z > 0\}$ und $\vec{w} : \Omega \mapsto \mathbb{R}$ mit $\vec{w}(x, y, z) = \begin{pmatrix} a(y+z)^{-\frac{3}{2}} \\ -2x(y+z)^{-b} \\ -2x(y+z)^{-\frac{5}{2}} \end{pmatrix}$,

wobei $a, b \in \mathbb{R}$. Bestimmen Sie a, b so, dass \vec{w} ein Potentialfeld ist, und bestimmen Sie für diese a, b ein zugehöriges Potential.

- b) Wir betrachten die Fläche $\mathcal{F} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : z = y^2 - 2x^2, x^2 + y^2 \leq 5\}$ und ihren positiv orientierten Rand $\partial\mathcal{F}$. Berechnen Sie für das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} z + x \\ 2x + 3z \\ y + 5z \end{pmatrix}$$

das Kurvenintegral $\oint_{\partial\mathcal{F}} \vec{v} \cdot d\vec{s}$ unter Verwendung des Satzes von Stokes.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **21.04.2016** unter <http://www.math.kit.edu/iana1/> im Internet. Die Klausureinsicht findet am Donnerstag, den **28.04.2016**, von 16 bis 18 Uhr im Fasanengarten Hörsaal (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **02.05.2016** bis **06.05.2016**.