Karlsruher Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Dr. I. Anapolitanos

Frühjahr 2016
08.03.2016

Modulprüfung / Bachelor

Komplexe Analysis und Integraltransformationen für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik

Aufgabe 1 (5 + 5 Punkte)

a) Bestimmen Sie mittels Laplacetransformation die Lösung des Anfangswertproblems

$$y''(t) + 2y'(t) + y(t) = 8e^{-t},\ y(0) = 4,\ y'(0) = -2.$$

b) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Die Integrationswege sollen jeweils positiv orientierte einfach geschlossene Kurven sein.

$$(i) \oint_{|z|=1} \frac{\tan z}{z(z-2)} dz, \quad (ii) \int_{|z-1|=\frac{3}{2}} \frac{1}{(z+1)(z-2)^2} dz, \quad (iii) \oint_{|z|=1} \frac{z}{e^{2iz}-1} dz.$$

Aufgabe 2 (2 + 3 + 5 Punkte)

a) Wir betrachten die 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ gegeben durch $f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{inx}}{\sqrt{n!}}$. Bestimmen Sie $\int_{-\pi}^{\pi} |f(x)|^2 dx$.

Hinweis: $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}\ \forall x \in \mathbb{R}$.

b) Wir betrachten eine holomorphe Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ mit $f(0) = i$ und

$$u(x, y) := \operatorname{Re} f(x + iy) = x^2 - y^2 + 2xy, \text{ für alle } x, y \in \mathbb{R}. \tag{1}$$

Bestimmen Sie mithilfe der Cauchy-Riemannschen Differentialgleichungen $v(x, y) := \operatorname{Im} f(x + iy)$ für alle $x, y \in \mathbb{R}$.

c) Wir betrachten die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{C}$ mit $f(x) = e^{ix}e^{-\frac{(x-2)^2}{2}}$. Bestimmen Sie $\mathcal{F}\{f'\}$, d.h. die Fouriertransformation der ersten Ableitung von f.
Hinweis: Sie dürfen ohne Beweis verwenden, dass $\mathcal{F}\{e^{-\frac{x^2}{2}}\}(\omega) = \sqrt{2\pi}e^{-\frac{\omega^2}{2}}$ gilt.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab **21.04.2016** unter `http://www.math.kit.edu/iana1/` im Internet. Die Klausureinsicht findet am Donnerstag, den **28.04.2016**, von 16 bis 18 Uhr im Fasanengarten Hörsaal (Geb.50.35) statt.

Die müdlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **02.05.2016** bis **06.05.2016**.