

Höhere Mathematik II

für die Fachrichtungen Elektrotechnik und Informationstechnik

1. Übungsblatt

Aufgaben 1-3 werden in der Übung besprochen, Aufgaben 4-6 im Tutorium.

Aufgabe 1: a) Berechnen Sie $\det(A)$ auf zwei verschiedene Arten, wobei $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & -2 \end{pmatrix}$.

b) Finden Sie anschließend nur durch Berechnung von Determinanten (Cramersche Regel) den Vektor $\vec{x} \in \mathbb{R}^3$, der die Gleichung $A\vec{x} = \vec{b}$ löst, wobei $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

c) Bestimmen Sie A^{-1} .

Aufgabe 2: Sei $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 3 & -1 \\ 1 & 9 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie $\det(B^T B)$ und $\det(BB^T)$.

Aufgabe 3: Zeigen Sie, dass für die Determinante der sog. Vandermonde-Matrix gilt

$$\det(V) = \det \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \dots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \dots & x_2^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \dots & x_n^{n-1} \end{pmatrix} = \prod_{1 \leq j < k \leq n} (x_k - x_j),$$

wobei $x_1, x_2, \dots, x_n \in \mathbb{R}$ und $n \geq 2$.

Aufgabe 4: Berechnen Sie $\det(C)$, wobei $C = \begin{pmatrix} -2 & 2 & -2 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & 4 \\ -6 & 3 & 1 & 9 \\ 0 & 1 & -2 & 0 \end{pmatrix}$.

Aufgabe 5: Es sei $D = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 1 & \alpha + 1 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 1 & \alpha \end{pmatrix}$. Für welche $\alpha \in \mathbb{C}$ ist D regulär?

Aufgabe 6: Gegeben seien die Vektoren $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$. Berechnen Sie $\vec{x} \times \vec{y}$, $(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{x}$, den Winkel, den die Vektoren \vec{x} und \vec{y} einschließen, sowie den Flächeninhalt des von \vec{x} und \vec{y} aufgespannten Parallelogramms.