

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen  
Elektroingenieurwesen und Physik inklusive  
Komplexe Analysis und Integraltransformationen**

**1. Übungsblatt**

**Aufgabe 1**

a) Im  $\mathbb{R}^4$  sind die Vektoren  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 0 \\ 8 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  gegeben. Zeigen Sie:

i) Die Vektoren  $\vec{v}_1$ ,  $\vec{v}_2$  und  $\vec{v}_3$  sind linear abhängig.

ii) Es gibt keine Zahlen  $\alpha_1, \alpha_3 \in \mathbb{R}$  mit  $\vec{v}_2 = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_3 \vec{v}_3$ .

b) Bestimmen Sie alle  $a \in \mathbb{R}$  so, dass die Vektoren  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{v}_3 = \begin{pmatrix} a \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  des  $\mathbb{R}^3$  linear abhängig sind.

**Aufgabe 2**

a) Zeigen Sie, dass die durch  $f(x) := 2$ ,  $g(x) := x - 1$  und  $h(x) := x^2 + 3x$  definierten Funktionen  $f, g$  und  $h$  aus  $C^0([0, 1])$  linear unabhängig sind.

b) Sei  $P_2([0, 1]) := \{p: [0, 1] \rightarrow \mathbb{C} \mid p \text{ ist Polynom vom Grad } \leq 2\}$ . Begründen Sie, dass  $(f, g, h)$  eine Basis von  $P_2([0, 1])$  bildet.

c) Wie lauten die Koordinaten des durch  $p(x) = 8x^2 + 2x + 2$ ,  $x \in [0, 1]$ , gegebenen Polynoms  $p$  bzgl. der Basis  $(f, g, h)$ ?

**Aufgabe 3**

a) Wenden Sie das Gram-Schmidt-Verfahren auf die folgenden Vektoren aus  $\mathbb{C}^3$  an:

$$\vec{x}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2i \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{x}_3 = \begin{pmatrix} 5 \\ 3i \\ 1 \end{pmatrix}.$$

b) Seien  $\vec{y}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{y}_2 = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{y}_3 = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ .

Geben Sie eine Orthonormalbasis von  $\text{Lin}(\vec{y}_1, \vec{y}_2, \vec{y}_3)$  an.

#### Aufgabe 4

Es sei  $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$  ein unitärer Vektorraum. Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Geben Sie jeweils einen Beweis bzw. ein Gegenbeispiel an.

- Seien  $v_1, \dots, v_n$  beliebige Vektoren aus  $V$ . Dann sind  $v_1, \dots, v_n, 0$  linear abhängig.
- Sind  $x, y \in V$  linear unabhängig und sind  $x, z \in V$  linear unabhängig, so sind auch  $y, z$  linear unabhängig.
- Sind  $x, y, z \in V$  linear abhängig, so existieren  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  mit  $z = \alpha x + \beta y$ .
- Ist  $x \in V$  und gilt  $\langle x, y \rangle = 0$  für alle  $y \in V$ , so folgt  $x = 0$ .
- Es seien  $x_1, \dots, x_n, y \in V$ . Ist  $y \neq 0$  und ist  $y$  orthogonal zu jedem Vektor aus  $\text{Lin}(x_1, \dots, x_n)$ , so folgt  $\text{Lin}(x_1, \dots, x_n) \neq V$ .

#### Aufgabe 5

- Gegeben seien die Vektoren  $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$  und  $\vec{y} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$ .

Berechnen Sie  $\vec{x} \times \vec{y}$ ,  $(\vec{x} \times \vec{y}) \cdot \vec{x}$ , den Winkel, den die Vektoren  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  einschließen, sowie den Flächeninhalt des von  $\vec{x}$  und  $\vec{y}$  aufgespannten Parallelogramms.

- Seien  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c} \in \mathbb{R}^3$ . Gilt  $\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{b}) \times (\vec{a} \cdot \vec{c})$  ?

#### Wichtige Termine im Sommersemester 2011:

- Übungsklausur zu HM II: Samstag, 02.07.2011, 09:00 - 11:00 Uhr  
Klausur zu HM II (Physik): Montag, 19.09.2011, 08:00 - 10:00 Uhr  
Klausur zu HM II (Etec): Montag, 19.09.2011, 08:00 - 09:30 Uhr  
Klausur zu KAI (Etec): Montag, 19.09.2011, 10:30 - 11:30 Uhr

Zur Teilnahme ist eine Anmeldung erforderlich. **Anmeldeschluss: Freitag, der 15.07.2011.** Details zur Prüfungsanmeldung werden in Kürze bekannt gegeben.

#### Personen:

Dozent: Dr. Andreas Müller-Rettkowski  
Sprechzeit: Dienstag, 10 - 12 Uhr; Zimmer 3A-17, Allianz-Gebäude (05.20)  
E-Mail: [andreas.mueller-rettkowski@kit.edu](mailto:andreas.mueller-rettkowski@kit.edu)  
Übungsleiter: Dipl.-Math. Matthias Uhl  
Sprechzeit: Montag, 16 - 17 Uhr; Zimmer 3A-04, Allianz-Gebäude (05.20)  
E-Mail: [matthias.uhl@kit.edu](mailto:matthias.uhl@kit.edu)

#### Übungsblätter:

Die Übungsblätter sind in gedruckter Form in einem Kasten neben Zimmer 3A-02 (Allianz-Gebäude) sowie als pdf-Dokument unter

[www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etecphys2011s/](http://www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etecphys2011s/)

verfügbar.