

Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen
Elektroingenieurwesen und Physik inklusive
Komplexe Analysis und Integraltransformationen

8. Übungsblatt

Aufgabe 1

Berechnen Sie die folgenden Integrale.

a) $\iint_{[0,1] \times [0,1]} (xy + y^2) d(x, y)$

b) $\iint_{[-1,0] \times [0,2]} \cosh(2x + y) d(x, y)$

Aufgabe 2

Skizzieren Sie jeweils die Menge $B \subset \mathbb{R}^2$ und berechnen Sie den Flächeninhalt $\iint_B d(x, y)$.

a) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid \frac{1}{4}x^2 - 1 < y < 2 - x\}$

b) $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y > 0, y^2 < x < 4 - y^2\}$

Aufgabe 3

Skizzieren Sie die Integrationsbereiche der folgenden Integrale, vertauschen Sie jeweils die Integrationsreihenfolge und berechnen Sie den Wert der Integrale.

a) $\int_0^1 \left(\int_y^1 e^{x^2} dx \right) dy$

b) $\int_0^1 \left(\int_y^{y^2+1} x^2 y dx \right) dy$

Aufgabe 4

Beschreiben Sie die folgenden Mengen mittels Polar- bzw. Kugelkoordinaten.

$$A = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid r^2 \leq x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0\} \quad (R \geq r \geq 0)$$

$$B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq ax\} \quad (R \geq 0, a > 0)$$

$$C = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 1 < x^2 + y^2 + z^2 \leq 2, x < 0, y \geq 0, z \leq 0\}$$

D : nach oben geöffneter Kegel um die z -Achse mit der Spitze im Ursprung und dem Öffnungswinkel $\alpha \in (0, \pi)$

Aufgabe 5

- a) Die Kurve γ sei gegeben durch die Parametrisierung

$$\vec{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad t \mapsto (t \cos t, t \sin t, t).$$

Berechnen Sie

$$\int_{\gamma} f \, ds \quad \text{für} \quad f(x, y, z) = 2z - \sqrt{x^2 + y^2}.$$

- b) Berechnen Sie jeweils das Kurvenintegral

$$\int_{\gamma} \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

für die durch die Parametrisierung \vec{r} gegebene Kurve γ .

- i) $\vec{v}(x, y) = (e^x, xy)$, $\vec{r}: [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$, $t \mapsto (\cos t, \sin t)$
ii) $\vec{v}(x, y, z) = (y, -z, x)$, $\vec{r}: [0, \ln 2] \rightarrow \mathbb{R}^3$, $t \mapsto (\sinh t, \cosh t, \sinh t)$
iii) $\vec{v}(x, y) = (\sin x, x^2 + y^2)$, $\vec{r}: [0, 2] \mapsto \mathbb{R}^2$, $t \mapsto \begin{cases} (t, 0), & 0 \leq t \leq 1 \\ (1, t - 1), & 1 < t \leq 2 \end{cases}$

- c) Ein Massepunkt bewege sich unter der Wirkung des Kraftfeldes $\vec{f}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $(x, y) \mapsto (2xy, x^2 + y^2)$ auf dem durch die Punkte $(0, 0)$, $(2, 0)$, $(2, 1)$, $(0, 1)$ und $(-1, 2)$ (in dieser Reihenfolge) gebildeten Polygonzug γ . Welche Arbeit $\int_{\gamma} \vec{f} \cdot d\vec{s}$ wird hierbei verrichtet?

Die **Prüfungen** zu HM II und KAI finden am Montag, den 19.09.2011, statt.

Zur Teilnahme ist eine Anmeldung erforderlich. **Anmeldeschluss: Freitag, der 15.07.2011.**

Weitere Informationen zu den Prüfungen entnehmen Sie bitte der Vorlesungshomepage

www.math.kit.edu/iana1/lehre/hm2etecphys2011s/.