Übungsklausur
Höhere Mathematik II für die Fachrichtungen Elektroingenieurwesen und Physik inkl. Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (10 Punkte)

a) Begründen Sie, dass die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ linear unabhängig sind.

b) Es sei $V = Lin(\vec{a}, \vec{b})$. Berechnen Sie einen Vektor $\vec{u} \in V$, der zu $\vec{b}$ orthogonal ist und die Länge 1 hat.

c) Geben Sie eine ON–Basis $\vec{v}_1, \vec{v}_2$ von V an.

d) Für $\vec{v} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}$ sind $P(\vec{v}) = (\vec{v} \cdot \vec{v}_1)\vec{v}_1 + (\vec{v} \cdot \vec{v}_2)\vec{v}_2$ und $P(P(\vec{v}))$ zu berechnen.

e) Berechnen Sie $(\vec{v} - P(\vec{v})) \cdot \vec{w}$ für jeden Vektor $\vec{w} \in V$.

Aufgabe 2 (10 Punkte)

Es ist

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

gegeben.

a) Berechnen Sie alle Eigenwerte von A und die zugehörigen Eigenvektoren. Entscheiden Sie hiermit, ob A diagonalisierbar ist. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

b) Berechnen Sie $\det(A)$.

– bitte wenden –

Aufgabe 3 (10 Punkte)

Es sind die Funktionen $\vec{\varphi} : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^3,\ \psi : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$ und $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ wie folgt gegeben:

$$\vec{\varphi}(x,y) = \begin{pmatrix} x^2+2y \\ xy \\ y^2-x^2 \end{pmatrix},\ \psi(x,y,z) = 1-x^2-y^2+2z,\ f(x,y) = \psi(\vec{\varphi}(x^3-2y^2, 2x+y)).$$

a) Berechnen Sie $f(1,1)$.

b) Berechnen Sie mit Hilfe der Kettenregel $f'(1,1)$.

Aufgabe 4 (10 Punkte)

Es seien D das Dreieck in der (x,y)–Ebene mit den Eckpunkten $(0,0)$, $(\pi,0)$, $(0,\pi)$ und

$$\vec{v}(x,y) = \begin{pmatrix} \sin(x) \\ xy \end{pmatrix},\ (x,y) \in \mathbb{R}^2.$$

a) Berechnen Sie $\oint\limits_{\partial D} \vec{v} \cdot d\vec{s}$ direkt.

b) Berechnen Sie $\oint\limits_{\partial D} \vec{v} \cdot d\vec{s}$ mit Hilfe eines Integralsatzes.

c) Berechnen Sie den Fluss von $\vec{v}$ durch die Strecke von $(\pi,0)$ bis $(0,\pi)$ in Richtung der für D äußeren Einheitsnormalen $\vec{N}$.

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die korrigierten Übungsklausuren können ab Montag, den **11. Juli 2011**, im Sekretariat (Zimmer 3B-02, Allianzgebäude 05.20) abgeholt werden.

Fragen zur Korrektur sind ausschließlich am Donnerstag, den **14. Juli 2011**, von 13.15 bis 13.30 Uhr im Zimmer 3A-01 (Allianzgebäude) möglich.