Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann
Dr. S. Wugalter

Sommersemester 2014
10.07.2014

**Höhere Mathematik II für die Fachrichtung Elektrotechnik und Informationstechnik inklusive Komplexe Analysis und Integraltransformationen**

**13. Übungsblatt**

## Aufgabe 1

**a)** Berechnen Sie Real- und Imaginärteil der folgenden komplexen Zahlen:

$$(1+i)^i\,, \qquad i^{(i^i)}\,, \qquad (\operatorname{Log} i)^i\,.$$

Hierbei bezeichnet $\operatorname{Log} z$ den Hauptzweig des Logarithmus. Ausdrücke der Form $z^\alpha$ sind mit dem Hauptzweig des Logarithmus definiert.

**b)** Ermitteln Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $e^{1/z} = i$.

## Aufgabe 2

Berechnen Sie den Flächeninhalt von $\mathcal{F} = \big\{(x, y, x^2 + y^2) : (x, y) \in \mathbb{R}^2,\ x^2 + y^2 \leqslant 1\big\}$.

## Aufgabe 3

Gegeben seien $B = \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 + (z+2)^2 \leqslant 3,\ z = \frac{1}{2}(x^2 + y^2) - 2,\ x \geqslant 0\big\}$ und das Vektorfeld

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x^2 + y + z^2 \\ x - 2z \\ -2xz + 2y + 2z \end{pmatrix}.$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Integralsatzes von Stokes

$$\iint_{\mathcal{F}} (\nabla \times \vec{v}) \cdot \vec{N}\, do\,,$$

wobei $\mathcal{F}$ die Oberfläche von $B$ und $\vec{N}$ der äußere Normaleneinheitsvektor an $\mathcal{F}$ ist.

## Aufgabe 4

Die Oberfläche von $Z := \big\{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x^2 + y^2 \leqslant 1,\ 0 \leqslant z \leqslant 1\big\}$ wird mit $\mathcal{F}$ bezeichnet, und es sei

$$\vec{v}(x, y, z) := \begin{pmatrix} x^3 \\ x^2 y \\ x^2 z \end{pmatrix}.$$

Berechnen Sie

$$\iint_{\mathcal{F}} \vec{v} \cdot \vec{N}\, do$$

(wobei $\vec{N}$ der Normaleneinheitsvektor ist, der ins Äußere des Zylinders $Z$ weist) auf zwei verschiedene Arten, nämlich

**a)** mittels der Definition des Oberflächenintegrals;

**b)** unter Verwendung des Gaußschen Integralsatzes.

— bitte wenden —

**Hinweis** Die Aufgabe 1 ist eine **KAI** Aufgabe, die Aufgaben **2,3 und 4** sind die Aufgaben zu **HM-2** .