Karlsruhe Institut für Technologie (KIT)
Institut für Analysis
Priv.-Doz. Dr. P. C. Kunstmann

Frühjahr 2015
05.03.2015

Modulprüfung / Bachelor

Komplexe Analysis und Integraltransformationen

Aufgabe 1 (5+5 Punkte)

a) Mittels der Laplace-Transformation bestimmen Sie die Lösung des Anfangswertproblems
$$y''(t) + 2y(t) = \cos t\ ,\ t > 0 \quad y(0) = 1\ , y'(0) = 0\,.$$

b) Die 2π-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei definiert durch $f(t) = 1$ für $t \in [0, \pi)$ und $f(t) = \frac{1}{2}$ für $t \in [\pi, 2\pi)$. Berechnen Sie die komplexen Fourier-Koeffizienten c_k der Funktion f .

Aufgabe 2 (6+2+2 Punkte)

a) Berechnen Sie die folgenden Integrale. Die Integrationswege sollen jeweils positiv orientierte einfach geschlossene Kurven sein.

i)
$$\int_{|z|=1} \frac{6\tan z}{z}\, dz$$

ii)
$$\int_{|z-3|=\frac{1}{2}} \frac{z^3}{(z-3)^2(z+2)^3}\, dz$$

iii)
$$\int_{|z|=5} \exp\left(\frac{2z}{1-z}\right) dz\,.$$

b) Berechnen Sie für die Funktion F und die Kurve γ das Kurvenintegral $\int_\gamma F(z)\,dz$.

$F(z) = \overline{z}^2 z\,, \quad \gamma(t) = e^{2it}\,,\ 0 \leqslant t \leqslant \frac{\pi}{2}\,.$

c) In welchen Punkten ist die Funktion $f : \mathbb{C} \to \mathbb{C}\ ,\ z \to z\,\mathrm{Re}\,z - \overline{z}\,\mathrm{Im}\,z$ komplex differenzierbar? Wo ist sie holomorph .

Viel Erfolg!

Nach der Klausur:

Die Klausurergebnisse liegen ab Freitag, dem **10.04.2015** unter

`http://www.math.kit.edu/iana1/`

im Internet.

Die Klausureinsicht findet am Mittwoch, den **15.04.2015**, von 16 bis 18 Uhr im Hörsaal am Fasanengarten (Geb.50.35) statt.

Die mündlichen Nachprüfungen sind in der Woche vom **20.04.2015** bis **24.04.2015**.